



Matemáticas

Semestre 3

Cálculo de varias variables I

Clave

05142316/06142316

Información general de la unidad didáctica

Universidad Abierta y a Distancia de México





Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

Índice

Presentación de la unidad didáctica	3
Conocimientos previos	4
Competencia general	4
Competencias Específicas	5
Logros	5
Competencias transversales	6
Relación con el perfil de egreso	6
Relación con otras unidades didácticas	6
Temario	7
Metodología de trabajo	8
Evaluación	9
Fuentes de consulta	11



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

Presentación de la unidad didáctica

En esta unidad didáctica estudiaremos cálculo de varias variables I, es decir de funciones que toman varias variables de entrada y tienen varias variables de salida. Estas funciones son interesantes por sí mismas, pero también son esenciales para describir el mundo físico. Muchas cosas dependen de más de una variable, por ejemplo:

En Termodinámica la presión depende del volumen y de la temperatura.

En electricidad y magnetismo, los campos magnéticos y eléctricos son funciones de las tres variables espaciales (x, y, z) y un tiempo variable t .

En economía, las funciones pueden depender de un gran número de variables independientes, por ejemplo, el costo de un fabricante podría depender de los precios de 27 productos básicos diferentes.

En el modelado de fluidos o del flujo del calor, el campo de velocidad depende de la posición y del tiempo.

Un ejemplo más aplicado sería el siguiente, un meteorólogo puede estar interesado en una función que toma un punto en el espacio en un tiempo específico y que arroja la presión y la temperatura en ese punto. Esta es una función que toma cuatro variables de entrada, tres espaciales (las coordenadas del punto) y una temporal, y arroja dos variables de salida. Pero como mencionamos, no sólo se trata de múltiples variables, también estudiaremos cálculo diferencial, que como sabes, tiene que ver con aproximar pequeños cambios en la salida de una función dados pequeños cambios en la entrada. Por ejemplo, la derivada de la función de la que hablamos debería permitirnos hablar de cómo cambian la presión y la temperatura de un punto a otro. Mira un video sobre los factores que determinan [Las variaciones de temperatura](#).

Esta función sería útil para identificar cosas como un [frente frío](#) donde la temperatura cambia bastante rápido de un lado a otro del frente. El vehículo para entender estos cambios locales es el álgebra lineal. No desarrollaremos demasiado este tema, únicamente estudiaremos los conceptos necesarios para el curso: espacios vectoriales y algunas operaciones entre vectores, vistos tanto desde un punto de vista algebraico como geométrico y la relación entre ellos.



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

Estudiaremos funciones vectoriales y finalmente funciones de varias variables y sus derivadas parciales, que conceptualmente son similares a las derivadas de funciones reales de variable real. Sin embargo, hay una diferencia clave, más variables significa más dimensiones geométricas. El cálculo de una variable es un tema muy geométrico y cálculo de varias variables también lo es, tal vez aún más. En Cálculo estudiaste las gráficas de funciones $y = f(x)$, y aprendiste a relacionar las derivadas con sus gráficas. En esta unidad didáctica también vamos a estudiar las gráficas y relacionarlas con derivadas. Esto hace que la visualización de los gráficos sea un tanto más difícil, pero más gratificante y útil. Al final del curso sabrás cómo diferenciar funciones de varias variables y habrás obtenido herramientas y métodos usados ampliamente en física, ingeniería, economía, computación y en general en diversas áreas de la ciencia.

Hicimos una amplia recopilación de materiales de diversa índole: videos, notas y recursos interactivos, por lo que no verás mucho texto en el contenido desarrollado de la unidad didáctica, pero contarás con el material necesario y suficiente para realizar las actividades que se te asignarán.

Conocimientos previos

La unidad didáctica de Cálculo de varias variables I se encuentra en el tercer semestre del programa educativo de Matemáticas, por lo que los conocimientos requeridos son los adquiridos en las unidades didácticas de Geometría analítica I y II y Cálculo diferencial y Cálculo integral. Además, se debe contar con conocimientos de Álgebra en especial en habilidades como factorizar, solución de sistemas de ecuaciones, identificación de expresiones.

Competencia general

Aplicar el cálculo de varias variables mediante el análisis y la interpretación de la información y las condiciones dadas, el manejo de funciones, sus propiedades y sus gráficas, para solucionar problemas y modelar fenómenos ya sea matemático o de situaciones reales diversas.



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

Competencias Específicas

Unidad 1

Utilizar las operaciones entre vectores y su interpretación tanto algebraica como geométrica en espacios de dos y tres dimensiones.

Unidad 2

Utilizar funciones vectoriales para describir movimientos en el espacio.

Unidad 3

Utilizar funciones de varias variables en la resolución de problemas y en la modelación de fenómenos mediante la derivación de orden superior.

Logros

Unidad 1.

- Analizar las diferentes maneras de expresar las propiedades geométricas y su interpretación.
- Desarrollar habilidades para traducir entre varias maneras de describir propiedades geométricas por medio de gráficas, palabras, una notación vectorial y una notación en un sistema coordenado.

Unidad 2.

- Desarrollar habilidades para describir la trayectoria del movimiento de un objeto en el espacio por medio de una función vectorial.
- Utilizar funciones vectoriales para describir el movimiento y la trayectoria de un objeto en el espacio, así como su velocidad, aceleración, rapidez, vector tangente y longitud.

Unidad 3.

- Desarrollar la habilidad de hacer la gráfica de una función de varias variables e interpretarla.
- Desarrollar la habilidad de interpretar el conocimiento de una función de varias variables a partir del estudio de sus derivadas parciales.



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

- Analizar todos los aspectos relevantes de una función de varias variables para determinar su comportamiento.

Competencias transversales

- Trabaja de forma colaborativa.
- Investiga las fuentes de consulta en la web y utiliza aplicaciones tecnológicas.
- Representa adecuadamente el proceso deducción y de solución de problemas.
- Respeta la autoría de contenidos.
- Comprende conceptos de fenómenos físicos o sociales y su representación mediante modelos matemáticos correspondientes a la Cálculo de varias variables.

Relación con el perfil de egreso

Los temas abordados en esta unidad didáctica son claros ejemplos de la utilización de la modelación matemática de fenómenos naturales y físicos, de modo que contribuye a la obtención del estudiante de la habilidad para encontrar solución a los problemas inherentes a tales fenómenos además de una crítica y analítica, pues debido al tipo de razonamientos que involucra la unidad didáctica de Cálculo de varias variables I permite al estudiante desarrollar argumentaciones basadas en modelos matemáticos concretos y a la generación de los mismos. De igual manera, el método analítico que propicia la unidad didáctica permite a los estudiantes adentrarse en el análisis de información cualitativa.

Relación con otras unidades didácticas

Como habíamos mencionado, la unidad didáctica de Cálculo de varias variables I se encuentra en el tercer semestre y está ligada con la unidad didáctica de Cálculo de varias variables II que se llevará en el cuarto semestre del programa educativo en Matemáticas. Asimismo, transversalmente tanto esta unidad didáctica como Cálculo de varias variables II, tienen una



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

amplia relación con, Ecuaciones diferenciales, con Álgebra lineal, Geometría diferencial, Variable compleja y Análisis matemático, debido al empleo de vectores y espacios vectoriales, la visualización espacial de funciones de varias variables y el manejo de conceptos fundamentales del cálculo: derivada e integral. En esta unidad didáctica se integran los conceptos vistos en la geometría analítica en el espacio tridimensional y el cálculo, es decir, conceptos que enlazan el cálculo con el álgebra y la geometría y que fundamentan los conceptos que integran las unidades didácticas ya mencionadas.

Temario

Unidad 1. Espacios vectoriales

1.1. Vectores

- 1.1.1. Punto de vista geométrico
- 1.1.2. Punto de vista algebraico
- 1.1.3. Vectores en tres dimensiones
- 1.1.4. Vectores unitarios, tangentes y normales

1.2. Espacios y subespacios vectoriales

- 1.2.1. Espacio vectorial
- 1.2.2. Subespacio vectorial
- 1.2.3. Combinación lineal
- 1.2.4. Independencia lineal

1.3. Productos

- 1.3.1. Producto punto
- 1.3.2. Producto cruz
- 1.3.3. Triple producto escalar

Unidad 2. Funciones de vectoriales de variable real

- 2.1. Curvas en el espacio
- 2.2. Velocidad y aceleración
- 2.3. La derivada de una función real
- 2.4. Longitud constante



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

2.4.1. Integral de una función vectorial

Unidad 3. Funciones de varias variables

3.1. Gráficas y curvas de nivel

3.2. Derivadas parciales

3.3. Reglas de la cadena, Gradiente y Derivadas direccionales

Metodología de trabajo

El desarrollo de las matemáticas a través de la historia se ha dado en gran medida a necesidades prácticas, aunque también a intereses puramente científicos. ¿Por qué era tan importante para los matemáticos del siglo XVII el estudio de las curvas? El desarrollo acelerado de la ciencia y la expansión de actividades comerciales e industriales planteaban problemas en los que intervenían curvas: comprender los movimientos de los cuerpos celestes, que tenía una aplicación práctica, la navegación; desarrollos tecnológicos, como el reloj; medir la trayectoria de los barcos; el desarrollo de la Óptica, que tuvo su aplicación práctica en el diseño de lentes; y el estudio del movimiento de objetos sobre la superficie de la Tierra.

Es por esto que en esta unidad didáctica se empleará la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), ya que tiene el propósito de desarrollar las habilidades que te permitan usar de manera activa las matemáticas, ya sea en la resolución de un problema en contexto, o en la aplicación dentro de la propia área de las matemáticas. Para ello, en los ejemplos, problemas y actividades propuestas, se consideran habilidades del pensamiento como la formulación de conjeturas, la modelación, la graficación y la revisión sistemática de los conocimientos adquiridos que no son propiamente temas a estudiar, sino que se desarrollarán a lo largo de la unidad didáctica.

Con este propósito, además de la presentación de conceptos y procedimientos, se utilizarán escenas desarrolladas en geometría dinámica con el propósito de que, a partir de la variación de parámetros, seas capaz de identificar propiedades de objetos geométricos y sus relaciones con las ecuaciones, que permanecen constantes. Asimismo, al manipular los objetos (geométricos y/o algebraicos), se realizan actividades de exploración, formulación de conjeturas y verificación. En general, cada escena está pensada para mostrar una propiedad o relación específica, el



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

propósito es que interactúes con ellas y que las preguntas que la acompañan te permitan enfocar tu análisis en propiedades o relaciones específicas, para analizar casos particulares y, en ocasiones, llegar a generalizaciones a partir de lo observado. También puedes utilizar este recurso para verificar resultados u operaciones.

Evaluación

La evaluación del aprendizaje es un proceso, a través del cual se observa, recoge y analiza información relevante del proceso de aprendizaje de los estudiantes, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor, así como tomar decisiones pertinentes y oportunas para optimizarlo (Díaz Barriga A.F. & Hernández R.G., 2005). Orienta la toma de decisiones, da pauta a determinar acciones en términos de valoración de conocimientos, nivel del desempeño, reorientaciones de aprendizaje, mejora del proceso educativo y adecuación de actividades, entre otras acciones.

De acuerdo con lo anterior, mediante la evaluación te brindaremos apoyo y seguimiento para identificar las dificultades en el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes del proceso integral de aprendizaje.

En el marco del Modelo educativo de la UnADM, la evaluación de la unidad didáctica se realiza en los siguientes momentos: 1) formativa y 2) sumativa.

Evaluación formativa

Se realiza en paralelo al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de cada unidad, y sirve para localizar dificultades cuando aún estás en posibilidad de remediarlas.

En este primer momento de evaluación, se aplican estrategias asociadas a las:

- **Actividades individuales (tareas).** Se trata de un primer momento de aprendizaje, en el cual se consideran tus perspectivas, experiencias, intereses, capacidades y necesidades.
- **Actividades colaborativas (foros).** El trabajo colaborativo fomenta y promueve el aprendizaje en contribución con otros compañeros, ya que eres responsable no sólo de tu



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

aprendizaje, sino de contribuir a que los demás aprendan en equipo y se fomente un ambiente de confianza; por ende, que se logren las metas de aprendizaje.

Evaluación sumativa

Se aplica al final del proceso de tu experiencia de aprendizaje, su propósito es verificar los resultados alcanzados y el grado de aprendizaje o nivel de conocimientos, habilidades y actitudes que hayas adquirido.

Este segundo y último momento de evaluación, se mide y valora a través de las siguientes actividades:

- **Evidencias de aprendizaje.** Son actividades que tienen como objetivo integrar el proceso de construcción de tu aprendizaje, la evaluación, la retroalimentación y la planeación de la nueva ruta de aprendizaje que seguirás de acuerdo con los resultados individuales obtenidos.
- **Actividad complementaria.** Esta actividad es planeada por la figura académica considerando las competencias y logros de la unidad didáctica, toda vez que identifica los conocimientos, habilidades y actitudes que te hizo falta desarrollar o potenciar (se realiza en una ocasión al finalizar la última unidad).
- **Actividad de reflexión.** Es un ejercicio de metacognición que permite que tomes conciencia de tu proceso de aprendizaje, el punto de partida son las experiencias del contexto académico y la reflexión sobre tu desempeño. Se trata de una acción formativa que parte de tu persona y no del saber teórico, que considera tu experiencia de aprendizaje (se realiza en una ocasión al finalizar la última unidad).

A continuación, se presenta el esquema general de evaluación correspondiente a esta unidad didáctica:



Información General de la Unidad Didáctica

Cálculo de Varias Variables I

Esquema general de evaluación		
Tipo de evaluación	Actividades	Puntaje
Formativa	Actividades individuales	30%
	Actividades colaborativas	15%
Sumativa	Evidencias de aprendizaje	40%
	Actividad complementaria	10%
	Actividad de reflexión	5%
Total		100

Recuerda que la calificación final que te permitirá acreditar se signa de acuerdo con los criterios e instrumentos de evaluación establecidos para cada actividad, los cuales son diseñados con base en las competencias y logros de esta unidad didáctica.

Fuentes de consulta

Básica

- Denis Auroux. 18.02SC Multivariable Calculus, Fall 2010. (Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare), License: Creative Commons BY-NC-SA. Disponible en <http://ocw.mit.edu>
- Multivariable calculus. Khan Academy, 2010. Disponible en <https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus>
- Thomas, G. (2005). Cálculo. Varias variables. México. Pearson Educación.