



Matemáticas

Modelación estocástica

Séptimo semestre

**Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que
presenta un proceso estocástico**

Clave

05144737

Universidad Abierta y a Distancia de México





Índice

Presentación de la unidad	3
Competencia específica	4
Logros	4
1.1. Introducción	4
1.1.1. Comentarios iniciales	5
1.2. Pruebas de bondad de ajuste	11
1.2.1. Prueba χ^2	11
1.2.2. Prueba de Kolmogorov – Smirnov	16
Cierre de la unidad	22
Para saber más	23
Fuentes de consulta	23



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Presentación de la unidad

En la presente unidad, titulada “Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico”, se presentan temas en los que aplicarás muchos de los conocimientos previamente adquiridos, sobre procesos estocásticos, teoría de probabilidades y la inferencia estadística. En virtud de lo anterior, esta asignatura es, en gran medida, menos formal a lo que estás acostumbrado con base en tu perfil de estudio, es decir, es meramente práctica.

Cabe mencionar que el campo de aplicación con que cuenta la modelación estocástica es muy amplio, y nos lleva a áreas como la física, las finanzas, la economía, la administración y la química, entre otras.

El contenido de esta unidad se presentará a través de dos subtemas de tal forma que en el primero se te proporcionarán algunas ideas previas necesarias para abordar el segundo tema, en el cual usarás las pruebas de bondad de ajuste χ^2 y Kolmogorov – Smirnov, las cuales históricamente han sido empleadas para probar que algún proceso de tipo estocástico presenta un cierto comportamiento determinado por una función de densidad de probabilidades.

Considera que los elementos importantes se resaltan empleando un fondo de color, y por tanto son éstos conocimientos en los que deberás enfocar tus esfuerzos por realizar su comprensión y aprendizaje, con la finalidad de que los emplees para ir generando un nivel de conocimientos óptimo acerca de la actual materia de estudio.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Competencia específica

Utilizar las pruebas de bondad de ajuste para probar que un proceso estocástico presenta una determinada distribución de probabilidades propuesta, a través su metodología.

Logros

- Identificar el comportamiento probabilístico de un fenómeno de tipo aleatorio.
- Aplicar la prueba de bondad de ajuste χ^2 para probar que un fenómeno aleatorio presenta un comportamiento probabilístico determinado.
- Aplicar la prueba de Kolmogorov – Smirnov para probar que un fenómeno aleatorio presenta un comportamiento probabilístico determinado.

1.1. Introducción

La real academia española define a un modelo como un “esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento”.

Es claro que en muchas áreas de conocimiento en las que se requiere estudiar algún fenómeno de tipo aleatorio, es imprescindible realizar un modelo que describa lo mejor posible su comportamiento con la finalidad de facilitar su análisis a través de las reglas matemáticas que presente dicho modelo.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

En este curso estudiaremos aquellos modelos que presentan en su proceso situaciones de tipo aleatorio, es decir, los modelos estocásticos o probabilísticos.

En la presente unidad realizaremos el modelado del comportamiento de diversos procesos probabilísticos proponiendo la función de densidad que mejor describa al mismo, y verificaremos que ésta es correcta (o incorrecta), a través de las pruebas de bondad de ajuste χ^2 y Kolmogorov - Smirnov.

No olvides apoyarte con tu tutor, cuando se te presente algún tipo de problemática, lo cual tiene por objetivo que no se formen lagunas sobre los temas de estudio.

Recuerda que esta materia es totalmente práctica, pues los temas que en ella emplearemos ya fueron analizados en materias como Probabilidad I, II y III, Procesos estocásticos y Estadística I y II. Por lo anterior, es imperativo que, si no recuerdas algún tema, te remitas a su revisión y análisis (incluyendo las demostraciones de sus reglas y propiedades).

1.1.1. Comentarios iniciales

En los cursos de probabilidad que has estudiado, analizaste las funciones de densidad, las cuales sirven para modelar el comportamiento de una variable aleatoria, y las empleaste para calcular probabilidades a través del área bajo su gráfica, pero realmente no habías tenido la necesidad de modelar un determinado sistema real.

Por ejemplo, si deseas modelar el comportamiento de la estatura que presentan los habitantes de una cierta población, es claro que, como la gran mayoría de éstas se encuentra cerca del promedio de todas las alturas, y además encontrarás en ella cada vez menos personas muy



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

bajitas o muy altas, es posible representar este comportamiento a través de la distribución normal. Pero, ¿qué tan seguro puedes estar de que es correcta tu afirmación?

En la sección 1.2. Desarrollarás dos procedimientos que nos ayudarán a aceptar que nuestros modelos probabilísticos propuestos son correctos (o incorrectos).

Debe quedarte muy claro, que siempre que deseemos modelar un determinado fenómeno aleatorio, es necesario que tratemos de adecuar un modelo matemático conocido, a dicho fenómeno, y no el fenómeno al modelo, pues ello nos llevaría a resultados erróneos cuando realicemos su análisis.

Cabe mencionar que la adecuación correcta de un fenómeno estocástico, nos puede ser de utilidad para realizar su “simulación” usando un ordenador, como por ejemplo:

- El vuelo de un avión.
- El comportamiento que presentará un enemigo en un juego.
- El comportamiento de la bolsa de valores.
- El valor que puede presentar el dólar con respecto al peso (mexicano) en un día completo.
- El clima que se puede presentar en una determinada región.

En fin, como puedes notar, existen muchas aplicaciones para el tema que trataremos en esta sección, aunque es obvio que para simular un sistema, debes considerar además de la variabilidad que presenta, la cual puede ser expresada, generalmente, por alguna distribución de probabilidades, otro tipo de elementos que pueden generar algún cambio en el mismo. Aclaremos que en el presente desarrollo solo abordaremos la modelación usando alguna función de densidad.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Aunque parece un tema complicado, en realidad no lo es tanto, pues haremos uso de una tabla de frecuencias, la cual ha mostrado ser una poderosa herramienta estadística funcional para mostrar cierta tendencia en el comportamiento de una variable aleatoria.

Considerando que la gran mayoría de las situaciones reales a modelar se pueden ver como una sucesión de números que toman diversos valores a través del tiempo, analicemos un ejemplo de este tipo.

Ejemplo 1.1.1.1.

Un distribuidor de equipo de cómputo realiza un gráfico que muestra el número de computadoras portátiles que vende por día, en un período de 31 días, el cual se muestra en la siguiente figura. ¿Qué modelo probabilístico se apega más al comportamiento de la venta de las computadoras portátiles?

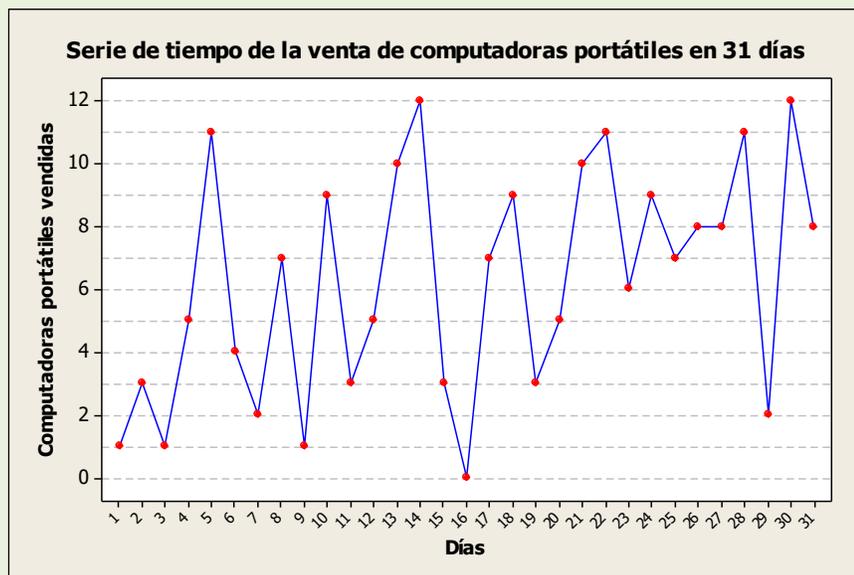


Figura. Serie de tiempo que muestra el comportamiento de la venta de computadoras portátiles en 31 días (Gráfico realizado con Minitab).



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Solución:

Como se puede observar, en este problema se tienen 31 datos históricos, cada uno de los cuales corresponde al número de computadoras portátiles vendidas en un día determinado. En virtud de lo anterior procedamos como sigue.

Cabe mencionar que el procedimiento que seguiremos es complemento de las pruebas de bondad de ajuste que trataremos en las siguientes secciones, y por ello, daremos un proceso estructurado para resolver el problema que tiene como fin proponer el comportamiento probabilístico que muestra un grupo de datos. En virtud de lo anterior, si n es el número de datos conocidos, iniciaremos calculando \sqrt{n} clases, como se ve en el siguiente paso.

Paso 1. La primera columna de nuestra tabla de distribuciones deberá presentar varios intervalos de clase que correspondan al número de computadoras vendidas (datos del eje vertical), dicho número de intervalos se obtiene, como se mencionó anteriormente, calculando la raíz cuadrada del número de datos con los que se cuenta (en este caso $n = 31$), considerando el menor entero mayor o igual que el resultado de la misma, como se muestra a continuación.

$$\sqrt{31} \approx 5.56776436283$$

De aquí que debemos considerar 6 intervalos, pues 6 es el menor entero mayor o igual que 5.56776436283.

Por lo tanto, debemos tener 6 clases en este caso.

Intervalo

0 – 2



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

2 – 4
4 – 6
6 – 8
8 – 10
10 – 12

Paso 2. Analizando el gráfico generado por el distribuidor de equipo de cómputo, buscamos las frecuencias observadas (FO) en cada intervalo, y las colocamos en una segunda columna.

Intervalo	Frecuencia observada (FO)
0 – 2	6
2 – 4	5
4 – 6	4
6 – 8	6
8 – 10	5
10 – 12	5
	<hr/>
	31

Cabe mencionar que si consideramos el i -ésimo intervalo, éste presentará la frecuencia observada FO_i . Así, la frecuencia observada para el cuarto intervalo será $FO_4 = 6$.

Este comentario se realiza debido a que en las pruebas de bondad de ajuste hay que hallar un estimador, el cual se proporciona en términos de valores que se calculan para los i -ésimos intervalos.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Paso 3. Proponer la distribución de probabilidad que mejor describa el comportamiento de la tabla generada.

En este caso, como puedes notar, las ventas de las computadoras portátiles se comportan como una distribución uniforme entre $a = 0$ y $b = 12$. Asumiendo por tanto que tiene densidad:

$$f(x|0,12) = \frac{1}{12}, \quad 0 \leq x \leq 12$$

Nota: Si tienes dudas, revisa el tema de distribución uniforme para el caso continuo.

Debemos mencionar que aunque en el problema anterior, propusimos, a través del análisis de la tabla de distribución, la función de densidad que corresponde al comportamiento de nuestro grupo de datos, aún nos falta asegurarlo o refutarlo por medio de un método matemático estructurado, pues al momento solamente realizamos un supuesto. Dichos métodos se tratarán en las siguientes secciones de esta unidad.

Debido a que es imperativo que recuerdes las distribuciones de probabilidad, es recomendable que descargues e instales el software Geogebra, y usando su herramienta de “Cálculo de Probabilidades”, realices algunas gráficas típicas de cada una de las distribuciones que presenta, con la finalidad de que, al recordar dichas figuras, puedas efectuar el modelado de forma más simple. Para los casos que no contempla dicho programa, puedes buscar gráficas típicas en Internet.

Considera que, de ser necesario, deberás calcular la media y la varianza de tu grupo de datos observados, para efecto de conocer mejor el comportamiento probabilístico que presentan, y además, que en algunos casos no será posible considerar intervalos de igual longitud, aunque considerarlos de esa forma, no afecta la solución al problema.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

1.2. Pruebas de bondad de ajuste

Ahora que ya sabes cómo se modela el comportamiento que presenta un proceso estocástico, veamos dos formas de respaldar que dicha propuesta es correcta (o incorrecta), de una manera formal, a través de las pruebas de bondad de ajuste χ^2 y Kolmogorov - Smirnov.

Al proceso por el cual verificamos nuestro supuesto acerca del modelo probabilístico que presenta un fenómeno aleatorio, le llamaremos “verificación del modelo”.

1.2.1. Prueba χ^2

En el ejemplo 1.1.1.1. Se mostró la forma en que se propone la distribución de probabilidades de un proceso probabilístico. En esta sección describiremos el procedimiento que debemos seguir para aplicar la prueba χ^2 , y así verificar el modelo.

Partiendo del hecho de que ya se cuenta con la tabla de frecuencias y la distribución de probabilidades propuesta, este método consiste en lo siguiente:

Método: Prueba de bondad de ajuste χ^2

Paso 1. Determinar la frecuencia esperada (FE_i) para cada uno de los intervalos usados para proponer el comportamiento de los datos.

Paso 2. Calcular el estimador C , dado por

$$C = \sum_{i=1}^m \frac{(FE_i - FO_i)^2}{FE_i}$$



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Donde

↻ m es el número de intervalos considerado para construir la tabla de frecuencias.

↻ FO_i es la frecuencia observada para el i -ésimo intervalo.

↻ FE_i es la frecuencia esperada para el i -ésimo intervalo.

Paso 3. Calculamos el valor de χ^2 con $df = k - 1$ grados de libertad y un nivel de confianza de $1 - \alpha$, donde k es el número de parámetros estimados de la distribución donde, si el estimador C es menor o igual a éste, entonces **no podremos refutar** que nuestra propuesta de modelo es correcta, pues no se puede rechazar la hipótesis de que nuestra información histórica encaja en el modelo probabilístico que propusimos.

Observa que la aplicación de la prueba χ^2 no se emplea para *asegurar* que la propuesta que hagamos del comportamiento de una variable aleatoria es correcta, sino más bien, nos proporciona un método que nos indica que **no podemos rechazar** nuestra afirmación acerca del conjunto de datos, lo cual es considerado suficiente para aceptar que es correcta dicha propuesta de comportamiento probabilístico.

Apliquemos ahora este método.

Se te recomienda que para que obtengas un mejor entendimiento del tema, tengas a la mano la tabla de la distribución Chi-Cuadrada, la cual puedes descargar desde la carpeta “Material de apoyo” que se encuentra en la pestaña de la unidad 1.

Ejemplo 1.2.1.1.

En el ejemplo 1.1.1.1. propusimos que el comportamiento probabilístico de los datos observados proporcionados en la serie de tiempo:



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

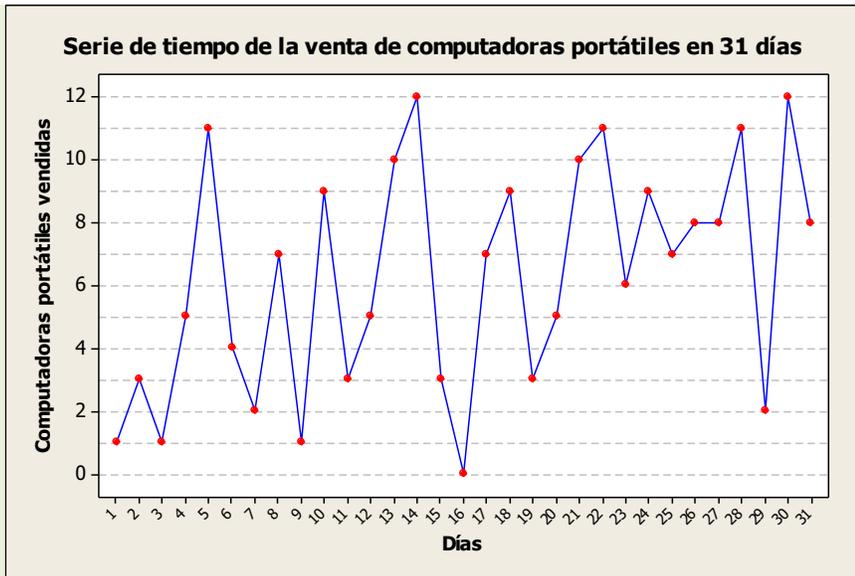


Figura. Serie de tiempo que muestra el comportamiento de la venta de computadoras portátiles en 31 días (Gráfico realizado con Minitab).

correspondía a una distribución uniforme entre 0 y 12, lo cual podemos expresar como:

$$\text{Computadoras vendidas} \sim \text{Uniforme}(0,12)$$

Cuya función de densidad es:

$$f(x|0,12) = \frac{1}{12}, \quad 0 \leq x \leq 12$$

A través de la observación de la tabla de frecuencias

Intervalo	Frecuencia observada (FO)
0 – 2	6
2 – 4	5
4 – 6	4



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

6 – 8	6
8 – 10	5
10 – 12	5
	31

Ahora nuestro problema consiste en verificar que esta propuesta fue correcta (o mejor dicho, que no podemos refutar nuestra afirmación de que los datos históricos encajan en el modelo probabilístico propuesto) usando de la prueba de bondad de ajuste χ^2 con un nivel de confianza del 95%.

Solución:

Sigamos los pasos indicados en la prueba χ^2 .

Paso 1. Calculamos la frecuencia esperada para cada uno de los intervalos (FE_i), integrando la función de densidad propuesta y multiplicándola por el número total de datos.

Intervalo	FO	$F(x)$	$FE = (31)[F(x)]$
0 – 2	$FO_1 = 6$	$\int_0^2 f(x 0,12)dx = \int_0^2 \frac{1}{12}dx = 0.1667$	$FE_1 = (31)[0.1667] = 5.1677$
2 – 4	$FO_2 = 5$	0.1667	$FE_2 = 5.1677$
4 – 6	$FO_3 = 4$	0.1667	$FE_3 = 5.1677$
6 – 8	$FO_4 = 6$	0.1667	$FE_4 = 5.1677$
8 – 10	$FO_5 = 5$	0.1667	$FE_5 = 5.1677$
10 – 12	$FO_6 = 5$	0.1667	$FE_6 = 5.1677$

Paso 2. Determinemos el estimador C con los valores obtenidos y $m = 6$.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

$$C = \sum_{i=1}^6 \frac{(FE_i - FO_i)^2}{FE_i}$$
$$= \frac{(5.1677 - 6)^2}{5.1677} + \frac{(5.1677 - 5)^2}{5.1677} + \frac{(5.1677 - 4)^2}{5.1677} + \frac{(5.1677 - 6)^2}{5.1677} + \frac{(5.1677 - 5)^2}{5.1677} + \frac{(5.1677 - 5)^2}{5.1677}$$
$$= 0.548278681038$$

Paso 3. Calculemos el valor de $\chi_{\alpha, df}^2 = \chi_{5\%, 5}^2$.

Tenemos que

$$df = 6 - 1 = 5$$

Por tanto, considerando la tabla de la distribución Chi – cuadrada (χ^2), se obtiene que:

$$\chi_{5\%, 5}^2 = 11.071$$

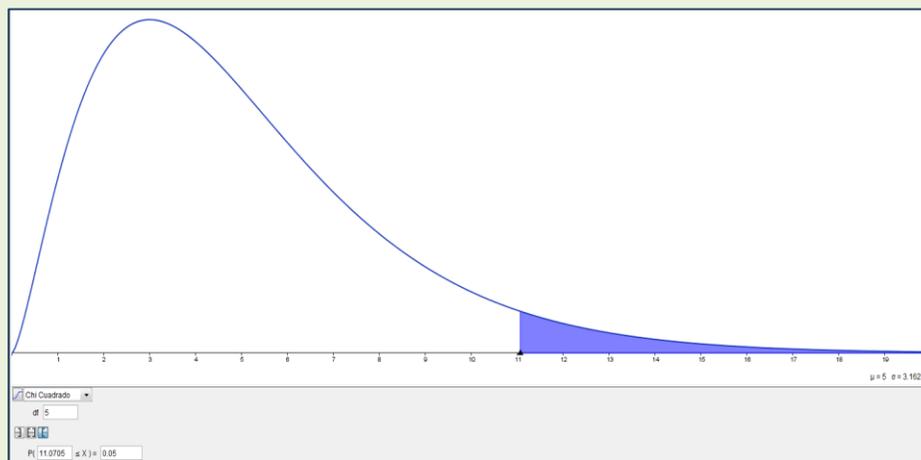


Figura realizada con Geogebra 4.2.60.0.

Por tanto, comparando el valor de C con el de $\chi_{5\%, 5}^2$, se puede ver que

$$C \leq \chi_{5\%, 5}^2$$



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Es decir:

$$0.548278681038 \leq 11.071$$

Por tanto, la afirmación:

Computadoras vendidas \sim *Uniforme*(0,12)

No puede refutarse y como consecuencia, puede considerarse correcta.

Nota: Si tienes dudas, revisa el tema de prueba de hipótesis y pruebas de bondad de ajuste que analizaste en tus cursos de Estadística o consulta con tu facilitador.

1.2.2. Prueba de Kolmogorov – Smirnov

Otra prueba para verificar el modelo probabilístico que sigue un proceso estocástico, es la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov – Smirnov.

Nuevamente, como lo hicimos en la prueba de bondad de ajuste χ^2 , partiremos del hecho de que ya se cuenta con la tabla de frecuencias y la distribución de probabilidades propuesta, en virtud de lo cual, este método consiste en lo siguiente:

Método: Prueba de bondad de ajuste Kolmogorov – Smirnov



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Paso 1. Considerar la frecuencia observada (FO_i) para cada uno de los intervalos generados para efectuar la propuesta del comportamiento de los datos.

Paso 2. Se establece la probabilidad observada (PO_i) en cada intervalo, dividiendo su frecuencia observada entre el número de datos observado.

Paso 3. Calculamos la probabilidad observada acumulada (POA_i).

Paso 4. Usando la distribución de densidad de probabilidades propuesta, se calcula la probabilidad esperada (PE_i) para cada intervalo de clase.

Paso 5. Se calcula la probabilidad esperada acumulada (PEA_i) para los intervalos de clase.

Paso 6. Se determina el valor absoluto de la diferencia $PEA_i - POA_i$ en todos los intervalos de clase y se considera la máxima diferencia MD, la cual será nuestro estimador.

Paso 7. Comparamos al estimador MD con el valor correspondiente a los n datos observados a un nivel de significación de $1 - \alpha$, de tal forma que si DM es menor o igual que el valor límite de la tabla, entonces no podremos rechazar nuestra hipótesis con relación a que nuestra información histórica encaja en el modelo probabilístico que hayamos propuesto.

Puedes descargar la tabla de valores críticos de Kolmogorov – Smirnov, desde la sección **Material de apoyo**, que se encuentra en la pestaña de la unidad 1.

Recuerda que, de ser necesario, deberás calcular la media y la varianza de los datos. Asimismo, para efecto de hacer una comparación entre los métodos de la sección 1.2.1. y 1.2.2., resolvamos el mismo problema que en el ejemplo 1.1.1.1.

Ejemplo 1.2.1.1.

En el ejemplo 1.1.1.1. observamos que la serie de tiempo



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

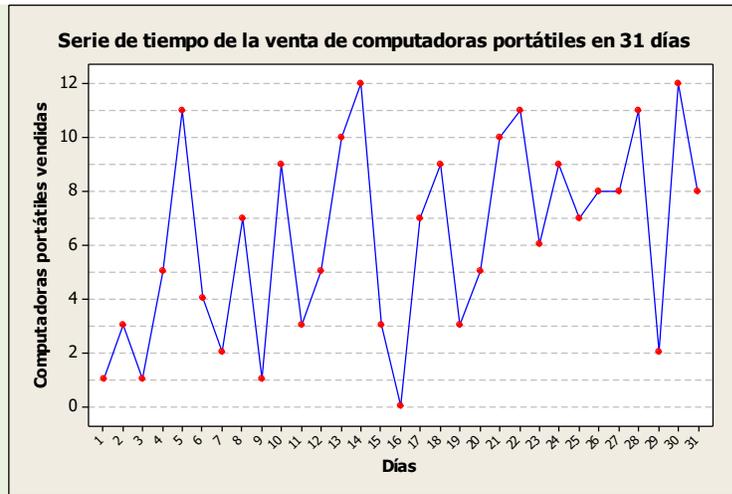


Figura. Serie de tiempo que muestra el comportamiento de la venta de computadoras portátiles en 31 días (Gráfico realizado con Minitab).

Presentaba la información mostrada de la tabla

Intervalo	Frecuencia observada (FO)
0 – 2	6
2 – 4	5
4 – 6	4
6 – 8	6
8 – 10	5
10 – 12	5
	31

Y además, propusimos que en virtud de los cual, las computadoras vendidas presentaban un comportamiento probabilístico correspondiente a una distribución uniforme entre 0 y 12, esto es:



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Computadoras vendidas ~ Uniforme(0,12)

con función de densidad:

$$f(x|0,12) = \frac{1}{12}, \quad 0 \leq x \leq 12$$

Ahora nuestro problema consiste en verificar que la propuesta del modelo es aceptable, usando de la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov – Smirnov con un nivel de confianza del 95%.

Solución:

Sigamos los pasos indicados en la prueba.

Paso 1. Considerar la frecuencia observada (FO_i) para cada uno de los intervalos generados para efectuar la propuesta del comportamiento de los datos.

Intervalo	FO
0 – 2	$FO_1 = 6$
2 – 4	$FO_2 = 5$
4 – 6	$FO_3 = 4$
6 – 8	$FO_4 = 6$
8 – 10	$FO_5 = 5$
10 – 12	$FO_6 = 5$

Paso 2. Se establece la probabilidad observada (PO_i) en cada intervalo, dividiendo su frecuencia observada entre el número de datos observado.

Intervalo	FO	PO
-----------	----	----



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

0 - 2	6	$PO_1 = \frac{6}{31} \approx 0.19355$
2 - 4	5	$PO_2 = \frac{5}{31} \approx 0.1613$
4 - 6	4	$PO_3 = \frac{4}{31} \approx 0.129$
6 - 8	6	$PO_4 = \frac{6}{31} \approx 0.19355$
8 - 10	5	$PO_5 = \frac{5}{31} \approx 0.1613$
10 - 12	5	$PO_6 = \frac{5}{31} \approx 0.1613$

Paso 3. Calculamos la probabilidad observada acumulada (POAi).

Intervalo	FO	PO	POA
0 - 2	6	0.19355	0.19355
2 - 4	5	0.1613	0.35485
4 - 6	4	0.129	0.48385
6 - 8	6	0.19355	0.6774
8 - 10	5	0.1613	0.8387
10 - 12	5	0.1613	1.0000

Paso 4. Se integra la distribución de densidad de probabilidades propuesta, obteniendo la probabilidad esperada (PEi) para cada intervalo de clase.

$$F(x) = \int_0^{es} \frac{1}{12} ds = \frac{1}{12}(es)$$



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

Donde “es” es el extremo superior de cada intervalo de clase.

Paso 5. Se calcula la probabilidad esperada acumulada (PEAi) para los intervalos de clase.

Intervalo	FO	PO	POA	PEA
0 – 2	6	0.19355	0.19355	$F(2) = \frac{1}{12}(2) \approx 0.1667$
2 – 4	5	0.1613	0.35485	$F(4) = \frac{1}{12}(4) \approx 0.3333$
4 – 6	4	0.129	0.48385	$F(6) = \frac{1}{12}(6) = 0.5$
6 – 8	6	0.19355	0.6774	$F(8) = \frac{1}{12}(8) \approx 0.6667$
8 – 10	5	0.1613	0.8387	$F(10) = \frac{1}{12}(10) \approx 0.8333$
10 – 12	5	0.1613	1.0000	$F(12) = \frac{1}{12}(12) = 1.0000$

Paso 6. Se determina el valor absoluto de la diferencia $PEA_i - POA_i$ en todos los intervalos de clase y se considera la máxima diferencia MD, la cual será nuestro estimador.

Intervalo	FO	PO	POA	PEA	$ PEA_i - POA_i $
0 – 2	6	0.19355	0.19355	0.1667	$ 0.1667 - 0.19355 = 0.02685$
2 – 4	5	0.1613	0.35485	0.3333	$ 0.3333 - 0.35485 = 0.02155$
4 – 6	4	0.129	0.48385	0.5	$ 0.5 - 0.48385 = 0.01615$
6 – 8	6	0.19355	0.6774	0.6667	$ 0.6667 - 0.6774 = 0.0107$
8 – 10	5	0.1613	0.8387	0.8333	$ 0.8333 - 0.8387 = 0.0054$



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

10 – 12	5	0.1613	1.0000	1.0000	$ 1-1 =0$
---------	---	--------	--------	--------	-----------

De donde $MD = 0.02685$

Paso 7. Comparamos al estimador MD con el valor correspondiente a los n datos observados a un nivel de significación de $1-\alpha$, de tal forma que si MD es menor o igual que el valor límite de la tabla, entonces no podremos rechazar nuestra hipótesis con relación a que nuestra información histórica encaja en el modelo probabilístico que hayamos propuesto.

Comparando el valor $MD = 0.02685$ con el valor en tabla del test de Kolmogorov – Smirnov, para $1-95\% = 0.05\%$, y $n = 31$, el cual es 0.23424, tenemos:

$$0.02685 \leq 0.23424$$

Con lo que inferimos que nuestra elección del modelo probabilístico para el grupo de datos del problema es correcto, esto es, *Computadoras vendidas* \sim *Uniforme*(0,12).

Cierre de la unidad

En esta unidad 1, aprendiste a Utilizar las pruebas de bondad de ajuste para probar que un proceso estocástico presenta un comportamiento probabilístico de acuerdo a una determinada distribución de probabilidades, a través su metodología.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

En la unidad 2, la meta es aplicar los procesos estocásticos para modelar y resolver problemas relacionados con la teoría de colas, utilizando sus reglas generales.

Para saber más

Revisa los contenidos de la asignatura Probabilidad I, II y III, así como la de Procesos Estocásticos y Estadística I y II.

Estadística no paramétrica: Prueba chi-cuadrado χ^2

PRUEBA CHI-CUADRADO. (s. f.). http://www.ub.edu/aplica_infor/spss/cap5-2.htm

Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS)

H. a. (s/f). *Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS)*. Ulpgc.es.

https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/5/5015/Complemento_3_Prueba_de_Bondad_de_Ajuste_de_Kolmogorov_Smirnov.pdf

Fuentes de consulta

- Azarang, M. y García, E. (1997). Simulación y análisis de Modelos estocásticos. México: Mc Graw – Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- Evans, M. y Rosenthal, J. (2005). Probabilidad y Estadística: La ciencia de la incertidumbre. España: Editorial Reverté, S.A. de C.V.



Unidad 1. Determinación del tipo de distribución que presenta un proceso estocástico

- Springer, C., Herlihy, R., Mall, R. y Beggs, R. (1972). Modelos probabilísticos: Serie de Matemáticas para la Dirección de Negocios. México: Unión tipográfica editorial hispano - americana.
- Taylor, H. y Karlin, S. (1998). *An Introduction to Stochastic Modeling*. USA: Academic Press.