



División de Ciencias Exactas, Ingeniería y Tecnología

Ingeniería en Logística y Transporte

6º Semestre

Unidad Didáctica:
Investigación de operaciones I

Unidad 2. Teoría de toma de decisiones

Clave 13143631

Universidad Abierta y a Distancia de México





ÍNDICE

Unidad 2. Teoría de toma de decisiones.....	3
Presentación de la unidad.....	3
Competencia específica.....	3
2.1. Introducción a la teoría de toma de decisiones.....	4
2.1.1. Marco histórico de la teoría de toma de decisiones.....	6
2.1.2. Fundamentos matemáticos.....	8
2.2. Modelos de la teoría de toma de decisiones.....	12
2.2.1. Modelo de certeza.....	12
2.2.2. Modelo de riesgo.....	14
2.2.3. Modelo de incertidumbre estructurada.....	16
2.2.4. Modelo de incertidumbre no estructurada.....	18
2.2.5. Metodología de los modelos de teoría de toma de decisiones.....	19
2.3. Funciones de la teoría de toma de decisiones.....	21
2.3.1. Planeación.....	21
2.3.2. Organización.....	23
2.3.3. Dirección o ejecución.....	23
2.3.4. Control.....	24
Cierre de la unidad.....	26
Fuentes de consulta.....	27



Unidad 2. Teoría de toma de decisiones

Presentación de la unidad

Para continuar con el aprendizaje de la investigación de operaciones I, en esta segunda unidad se te presenta la teoría de toma de decisiones, que estudia la manera como eligen las personas. Como sabes, no todas las decisiones se pueden racionalizar y también no todo es decidible, sin embargo, cuando estás frente a un problema de logística y transporte, la mayoría de las veces el proceso de decisión para su solución se puede racionalizar.

Para facilitar el estudio de esta unidad, se divide en tres secciones, en la primera se te presentará el marco histórico, donde aprenderás que teorías fueron las precursoras de la toma de decisiones, también analizarás los fundamentos matemáticos que necesitas tener presentes. La teoría de toma de decisiones estudia el proceso de elección de una persona, en este proceso están involucradas cosas que no necesariamente son medibles, como por ejemplo el estado de ánimo de una persona, su estado mental; las herramientas matemáticas que utiliza son de estimación, como la probabilidad y la estadística, así como de estructura mental como la lógica matemática.

En la sección 2, estudiarás los modelos que son utilizados con mayor frecuencia en la teoría de toma de decisiones, también aprenderás su enfoque y estructura.

En la sección 3, identificarás las funciones de la teoría de decisiones dentro de la empresa, como una herramienta para la toma de decisiones.

Competencia específica

Justificar la solución dada a problemas de ingeniería para estructurar el razonamiento matemático necesario en la toma de decisiones, analizando y haciendo ejercicios de la teoría de decisiones.

Logros

Identificar el modelo involucrado en la solución de problemas.
Identificar las funciones utilizadas en diversos problemas.
Argumentar la solución propuesta a diversos problemas.



2.1. Introducción a la teoría de toma de decisiones

En la teoría de toma de decisiones existen conceptos esenciales, algunos coinciden con el significado cotidiano, pero hay algunos que hay que definir como la teoría de toma de decisiones los entiende.

Ambigüedad es un concepto que utilizamos de manera cotidiana cuando algo no está bien definido o es dudoso, pero la Real Academia de la Lengua Española (2013) también define ambigüedad como “la posibilidad de que algo pueda entenderse de varios modos o de que admita distintas interpretaciones”, es este significado el que utiliza la teoría de decisiones. Para que exista una decisión es importante que exista un estado motivante de ambigüedad, en otras palabras, para que exista una decisión es importante que existan muchas maneras de interpretar, para así generar muchas estrategias de solución. Muchas de estas interpretaciones pueden incluir proposiciones que sabemos que son ciertas y otras que su veracidad hay que comprobarla. En matemáticas, la ambigüedad se expresa como las condiciones de una de las variables en una fórmula, por ejemplo, en la fórmula “ $x = b + \sin(y)$ con $y \leq \pi$ ” la ambigüedad de la fórmula es la condición “ $y \leq \pi$ ”. Smith (64) define que la decisión es simplemente la resolución de la ambigüedad, aun cuando la resolución de la ambigüedad pueda lograrse sin decidir.

Conceptos como acción y alternativa en el lenguaje cotidiano llegan a ser sinónimos de decisión, por ejemplo, la frase “el conjunto de decisiones alternativas” para la teoría de las decisiones se expresaría como el **conjunto de acciones alternativas**. Este conjunto identifica la ambigüedad y la resolución de esta ambigüedad, constituyendo el proceso de decisión, el cual termina con la decisión.

Decisión y elección en esta teoría no son sinónimos, puede haber elección sin decisión; pero no puede haber decisión sin elección. Cuando elegimos, podemos hacerlo sin realizar el proceso de observar las alternativas, a veces simplemente elegimos sin saber por qué, pero al decidir es necesario elegir dentro de todas las ambigüedades involucradas.

En el contexto de teoría de decisiones, entenderemos por **estado de ambigüedad** a aquel estado en el que existe un conjunto bien definido de alternativas y una **decisión lógica** como el proceso de conectar el estado de ambigüedad con el proceso de selección por medio de un conjunto de operaciones cognitivas inambiguas e identificables.

Un ejemplo de operaciones cognitivas que no son ambiguas e identificables, son todas las operaciones matemáticas, son los procesos que tienen bien definido su origen, sus variables, sus partes, que su funcionamiento no depende del lugar donde la utilices, tal vez su interpretación sí, pero la forma en que se desarrollan no. Como la estructura de una empresa, el gusto por un color, por un sabor y el clima son ejemplos de operaciones que no son inambiguas e identificables, ya que cada una depende de con que empresa estés trabando, a quien le preguntes y en que parte del mundo estés.



Cuando los procesos de selección son cognoscitivos e identificables, los denominaremos como **decisión pura**, la ambigüedad H en un estado de conocimiento K es resuelta por un proceso de decisión pura si hay una operación cognoscitiva inambigua e identificable Θ tal que:

$$(Q, K) \xrightarrow{\Theta} Q$$

Donde para cada q en Q, q se sigue deductivamente de (Q, K) usando Θ .

Cuando los procesos no sean así los denominaremos **elección pura**.

Así, podemos decir que la resolución de un problema primario implica la generación de problemas secundarios, los cuales se resuelven mediante una combinación de decisión y de elección pura.

La preferencia de las personas influye en la decisión que tomen, preferencias como el gusto de comprar en una tienda en particular, el uso de una marca específica de camiones, o de materias primas, modifican la elección del proceso de decisión, aunque estas preferencias puedan no ser decidibles, podemos utilizarlas para incluir decidibilidad en situaciones complejas.

Supongamos que tenemos el vector $[q_i]$ de mercancías, le damos a nuestro gerente de compras X cantidad de dinero para que se gaste en mercancías. Establecemos un orden de preferencias para estas mercancías, definiendo la función de valor $v(q)$, así la selección se decide maximizando la función $v(q)$ con la restricción:

$$\sum_i q_i p_i = x \text{ donde } p_i \text{ es el precio por unidad de la mercancía } q_i$$

Este ejemplo nos muestra que, aunque las preferencias por una mercancía puedan o no ser decidibles, la conducta de preferencias, puede ser utilizada para el análisis de decisión, mediante el uso de funciones de preferencias.

Ahora si se le da el dinero X, sin ninguna instrucción de para gastar la totalidad, el dinero se puede manejar como mercancía. Así el vector de mercancías queda de la siguiente manera $[q_1, q_2, \dots, q_n, z]$. Entonces la selección puede decidirse maximizando la función $v(q)$ con la restricción:

$$\sum_i q_i p_i + z = x \text{ donde } p_i \text{ es el precio por unidad de la mercancía } q_i$$

Una parte muy importante del proceso de decisión es el problema para determinar las consecuencias. Esta determinación es complicada por la cantidad de factores involucrados



en ella, pero gracias a que este proceso se halla íntimamente vinculado con el aspecto de preferencia, ya que algunas partes del vector de mercancías pueden no influir en las consecuencias últimas. La posibilidad de convertir la elección en decisión parcial o plena es el objeto de la teoría de la toma de decisiones.

La elección es el punto final de un proceso de selección y la preferencia termina en elección. La elección en la mayoría de los casos es observable, la preferencia no, esta debe ser inferida de alguna parte. Oviedo (2000) explica que, de la observación de la elección de una persona no podemos inferir necesariamente que sea una elección preferida.

Una forma de medir la preferencia es conectarla con la noción de optimización, con lo que se define la **preferencia relativa**, como la idea de que q es preferido a las alternativas residuales en Q relativas al cuerpo de conocimiento K . Este concepto se apoya en la probable elección. El problema de esta elección es que puede dar lugar, a una forma débil de decisión, ya que su utilización es en un ambiente de decidibilidad probabilística, en el cuál las preferencias de las mercancías se asignan de manera probabilística, lo que permite manejarlas matemáticamente, aunque se pierde precisión real.

Los conceptos anteriores, se pueden escribir con fórmulas, pero no involucran todo el proceso de decisión en una persona, aún falta el proceso mental que realizas cuando decides. Dunlop (1944) presenta el proceso mental, que integra cuatro fases:

- 1) **Vacilación.** El cual señala que un estado de ambigüedad existe.
- 2) **Conocimiento.** Este contiene información sobre la especificación de la ambigüedad.
- 3) **Esfuerzo.** Es el intento por decidir entre las alternativas.
- 4) **Deseo.** Este concluye el proceso de decisión.

Este proceso mental se considera en el proceso de toma de decisiones, ya que su práctica mejora las sentencias tomadas.

2.1.1. Marco histórico de la teoría de toma de decisiones

Durante la Revolución industrial, se desarrolló el proceso de manufactura, el cuál es el conjunto de operaciones necesarias para modificar las características de las materias primas, estas características pueden ser de naturaleza muy variada como la forma, la densidad, la resistencia, el tamaño o la estética. Este proceso en sus inicios implicó una gran inversión de dinero por la cantidad de mano de obra involucrada, al irse desarrollando la Revolución industrial se hizo popular el uso de maquinaria para reducir el costo de manufactura derivado por los sueldos de los empleados. A partir de 1791 que llegó la Revolución Industrial a Estados Unidos, comenzó una tendencia a la especialización de las empresas y de sus obreros, esta determinación produjo el desarrollo de la gerencia a finales del siglo XIX.



A principios del siglo XX, el concepto de gerencia desarrolló la Administración científica. Esta administración se gestó en las ideas de 4 ingenieros:

Harrington, E. (1931) presentó los primeros trabajos sobre la selección y entrenamiento de los empleados, muestra los doce principios que llevan a la eficiencia en una empresa, estos principios son:

- Ideales definidos
- Sentido común
- Asesoría competente
- Disciplina
- Trato justo
- Registros confiables, inmediatos y adecuados
- Distribución de las órdenes de trabajo
- Estándares y programa
- Condiciones
- Operación estándar
- Instrucción de la práctica estándar por escrito
- Recompensa a la eficiencia

De acuerdo con García (1998) Frank B. Gilberth junto con su esposa Lilian Moller, estudiaron el movimiento de las manos, logrando refinar el concepto en los siguientes 17 movimientos básicos:

- Buscar
- Seleccionar
- Tomar
- Alcanzar
- Mover
- Sostener
- Soltar
- Colocar en posición
- Precolocar en posición
- Inspeccionar
- Ensamblar
- Desensamblar
- Usar
- Demora Inevitable
- Demora evitable
- Planear
- Descansar



Con esto participaron en el desarrollo del estudio de los movimientos como una técnica de ingeniería y de la dirección, fueron los primeros en utilizar las películas o filmes de movimiento para el estudio de obreros y sus tareas.

Gantt (1914) desarrolló el diagrama de Gantt, el cual es un gráfico de barras que ilustra el calendario de proyecto para la planificación y control de trabajo, muestra las relaciones entre las actividades de cada trabajador.

Desarrolló la eficiencia industrial, la cual propone que la eficiencia sólo puede ser producida por la aplicación del análisis científico a todos los aspectos del trabajo. Se hizo cargo de la implementación del sistema de bonos de tareas, esto es vincular la prima pagada a los administradores con la efectividad de la capacitación a sus trabajadores. Fue un impulsor de la responsabilidad social de las empresas.

Todas estas ideas, junto con el enfoque de las relaciones humanas y la administración funcional, son parte de la historia del pensamiento administrativo, que de acuerdo a la profesora María Estela Dillanés Cisneros de la UAM Azcapotzalco son los antecedentes de los modelos de la teoría de toma de decisiones.

2.1.2. Fundamentos matemáticos

Recordemos que un conjunto está formado por todos sus elementos, de esta manera dos conjuntos son iguales si y solo si, tienen los mismos elementos. Un subconjunto B de A, es un conjunto tal que todo elemento de B es elemento de A. En general consideramos a los conjuntos como subconjuntos de un conjunto universal, esto no permite definir las siguientes operaciones entre los conjuntos.

Unión: La unión de dos conjuntos A y B es el conjunto:

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Intersección: La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto:

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Sea X el conjunto universal y A un subconjunto de X, definimos el **complemento de A** como:

$$A^c = \{x | x \notin A\}$$

Las siguientes propiedades son conocidas como las **leyes distributivas**.



Sean A, B y C tres conjuntos.

- 1) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 2) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Las siguientes propiedades se les conocen como las **leyes de Morgan**.

Sean A y B dos conjuntos.

- 1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- 2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Sean a y b elementos de X, definimos la pareja ordenada formada por a y b, la cual denotamos por **(a, b)**, como $(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$. Observa que esta definición lo que hace es distinción entre la primera y la segunda coordenada. Dos parejas ordenadas son iguales, si son iguales entrada por entrada. Definimos el **producto cartesiano** de A y B como lo siguiente:

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ y } b \in B\}$$

El producto cartesiano de dos conjuntos es muy importante ya que en él se define las relaciones. Una **relación** entre los conjuntos A y B es un subconjunto del producto cartesiano de A. Las relaciones son la pieza importante como fundamento para la teoría de las decisiones, permite definir interacciones entre conjuntos sin necesidad de que estas sean funciones, por si no te acuerdas una **función** entre A y B es una relación que cumple las siguientes propiedades:

- 1) Para toda a en A, existe una pareja (x, y) en la relación.
- 2) Cada elemento de a de A tiene asociado uno y solo un elemento de B, es decir si (x, y_1) y (x, y_2) están en la relación entonces $y_1 = y_2$.

Explicando lo que dice la definición anterior es que una función manda un elemento de A en solo un elemento de B y está definida en todos los elementos de A. las relaciones son los que nos importa, nos van a ayudar a acomodar nuestras variables, interacciones, limitantes en grupos, definiendo lo que se conoce como **relaciones de equivalencia**. Una relación de equivalencia es una relación R en $A \times A$ que satisface lo siguiente:

- 1) $(a, a) \in R$ para toda $a \in A$ (*Reflexividad*)
- 2) Si $(a, b) \in R$ entonces $(b, a) \in R$ (*Simetría*)
- 3) Si $(a, b) \in R$ y $(b, c) \in R$ entonces $(a, c) \in R$ (*Transitividad*)

¿Por qué son importantes las relaciones de equivalencia?, una relación de equivalencia en un conjunto A define particiones, una **partición** en un conjunto A es una familia $\{A_\alpha\}_{\alpha \in I}$ de subconjuntos de A, tal que:



- 1) Si $A_\alpha \neq A_\beta$ entonces $A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$
- 2) $A_\alpha \neq \emptyset$ para toda $\alpha \in I$
- 3) $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$

Si R es una relación en $A \times A$ entonces la familia $\{A_x\}_{x \in A}$ definida como $A_x = \{y \in A \mid (x, y) \in R\}$ es una partición de A . Las particiones no permiten agrupar cosas similares en nuestro problema, para manejarlas todas como si fuera una sola, se puede probar que las particiones no dependen del elemento que uno use de la partición, la propiedad que dos elementos de la partición no se intersectan, hace que esos grupos sean independientes, reduciendo el número de variables en un problema, pero manteniendo sus interacciones.

Probabilidad y estadística

La probabilidad es una medida matemática que va de 0 a 1, calcula la posibilidad que un evento ocurra, siendo 0 lo improbable y 1 lo que siempre ocurre. La probabilidad clasifica los sucesos en los siguientes tipos:

- 1) **Exhaustivo:** Se dice que dos o más sucesos son exhaustivos si cubren todos los posibles resultados.
- 2) **No exhaustivos:** Se dice que dos o más sucesos son exhaustivos si no cubren todos los resultados.
- 3) **Mutuamente excluyentes:** Son sucesos que no pueden ocurrir simultáneamente.
- 4) **Mutuamente no excluyentes:** Sucesos que pueden ocurrir simultáneamente.
- 5) **Independiente:** Sucesos cuya probabilidad no se ve afectada por la ocurrencia o no ocurrencia del otro.
- 6) **Dependientes:** Sucesos cuya probabilidad cambia dependiendo de la ocurrencia o no ocurrencia del otro.

Llamamos **variable aleatoria** a toda función que asocia a cada evento posible un número real. Si estos valores son solo números enteros la variable aleatoria es **discreta**. La variable aleatoria es **continua** si su imagen es un intervalo de los números reales.

Algunos indicadores de estadística son los siguientes:

- **Esperanza:** Consideramos X una variable aleatoria y sea $p_n = P(X = x_n)$ con $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$, la esperanza de X es la función:
 - 1) $E(X) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n p_n$ si X es discreta
 - 2) $E(X) = \int_0^{\infty} x_n p_n$ si X es continua

Este indicador calcula el valor esperado de una variable aleatoria.

- **Varianza:** Este indicador es el promedio de la diferencia de los datos con la media y se calcula así:



$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{N}$$

Se utiliza el cuadrado, primero porque así siempre la varianza va a ser positiva y segundo porque nos interesa que las distancias grandes aporten más al promedio.

- **Desviación estándar:** Este indicador mide que tan separados están los datos entre sí. Se calcula como la raíz cuadrada de la varianza.

Consideremos todas las posibles muestras de tamaño n en una población. Los indicadores anteriores se los podemos aplicar a t

En probabilidad lo que nos interesa es calcular que tan posible o imposible es un evento de todos los posibles que tenemos, esto lo hacemos con una **distribución de probabilidad**. Esta distribución es una función que asigna a cada evento de una variable aleatoria la probabilidad de que dicho evento ocurra. Esta distribución está completamente definida por la **función de distribución**, la cual se define como sigue:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Las distribuciones más importantes para variables aleatorias discretas son:

- 1) **Distribución binomial:** Esta distribución mide el número de éxitos en una secuencia de eventos de Bernoulli (eventos que solo pueden tener dos resultados, éxito o fracaso). Su función de probabilidad está definida así:

$$f(x) = \binom{n}{k} p^x (1-p)^{n-x}$$

Su esperanza y varianza es la siguiente:

$$E(X) = np$$
$$\sigma(X) = np(1-p)$$

- 2) **Distribución de Poisson:** Esta distribución fue desarrollada por el matemático Simeón Dennis Poisson. Es una extensión de la binomial. Mide el número de veces que aparece un evento A en un periodo de tiempo. Su función de probabilidad está dada por:

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$



Su esperanza y varianza es la siguiente:

$$E[X] = \lambda$$
$$\sigma(X) = \lambda$$

La probabilidad y la teoría de conjuntos te ayudaran a realizar el análisis necesario del problema, así como a determinar las variables, consecuencias de los eventos, y todo lo necesario para saber qué modelo utilizar.

2.2. Modelos de la teoría de toma de decisiones

El ambiente involucrado en la toma de decisiones, influye en la decisión final. Aunado a lo anterior la **teoría de decisiones** clasifica las decisiones de acuerdo con el ambiente en el cual se van a tomar. Se entiende por ambiente a todos los factores externos que pueden influir en la decisión, por ejemplo, si se saben las consecuencias de las decisiones de tomar la ruta por un camino que está en buen estado, son factores que no siempre pueden controlar la decisión. Por eso se considera en esta teoría que las decisiones se pueden tomar en 4 ambientes:

- Certeza
- Riesgo
- Incertidumbre estructurada
- Incertidumbre no estructurada

Cada uno de estos ambientes, se revisará a detalle en los siguientes subtemas.

2.2.1. Modelo de certeza

La certeza es el ambiente en el cual se tiene claro el problema, las soluciones del mismo y las consecuencias de estas soluciones.

En condiciones de certeza, puedes prever, sin poder controlar, los hechos y los resultados, esto significa que tienes completo conocimiento del problema y de las soluciones alternativas. Este conocimiento convierte a la decisión en un ambiente de certeza, para encontrar la mejor opción, la más óptima. Por lo **tanto, los modelos que se utilizan en este ambiente de decisión son modelos de optimización.**

Los más utilizados son los siguientes:

Punto de equilibrio

El análisis de punto de equilibrio, es una herramienta que permite calcular el momento en el cual los ingresos cubrirán los gastos. Es el nivel que le permite a las empresas saber a partir de qué producción y venta empiezan a recibir utilidades.



Para utilizar este método primero hay que tener claro los costos variables; aquellos costos que se generan por el nivel de producción. También hay que conocer los costos fijos; los costos que no dependen del nivel de producción.

Una vez que se tienen todos estos datos, se calcula lo siguiente:

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{\text{Costos fijos}}{\left(1 - \frac{\text{Costos variables}}{\text{Ingresos totales}}\right)}$$

Programación lineal

Este método es muy utilizado, pero no desesperes, se abordará con detenimiento en la unidad 3 de esta Unidad Didáctica.

Control de inventarios

Este método ya lo conoces, pues lo revisaste en la Unidad Didáctica Inventarios, te lo menciono aquí para que lo recuerdes y tengas presente que es un método de certidumbre.

Ahora, se muestra un ejemplo de decisión:

Una empresa fabrica 2 productos, refrigeradores y hornos de microondas. La producción de ambos productos consta de 2 procesos, el primero en el departamento de electrónica y el segundo en el departamento de montaje, cada departamento cuenta con un límite de horas: 240 para el departamento de electrónica y 100 para el departamento de montaje. La ganancia obtenida por cada refrigerador vendido es de \$7 pesos y de cada horno es de \$5 pesos.

Producir un **refrigerador** a la empresa le implica 3 horas en el departamento de electrónica y 2 en el departamento de montaje, para un **horno** la empresa necesita de 4 horas en el departamento de electrónica y una hora en el departamento de montaje.

La decisión a tomar, es la que presente la mejor combinación entre refrigeradores y hornos que le dé a la empresa la mejor ganancia.

La información anterior, se resume en la siguiente tabla:

Departamento	Horas de producción		Disponibilidad de horas por departamento
	Refrigerador	Horno de microondas	
Electrónica	3	4	240
Montaje	2	1	100
Ganancia	7	5	



Entenderemos por R al número de refrigeradores a producir y H al número de hornos, así la función a maximizar es la siguiente:

$$f(x) = 7R + 5H$$

Ahora el número de horas en cada departamento nos proporciona una limitante a nuestro problema, estas limitantes las presentamos en las siguientes ecuaciones:

$$3R + 4H \leq 240$$

$$2R + H \leq 100$$

Si observas, no hay duda de cuál es el problema, **se debe maximizar las ganancias encontrando la combinación de hornos y refrigeradores**, las variables involucradas y sus interacciones están claras, el tiempo de producción de cada uno de los productos, las restricciones son evidentes, sus ecuaciones son sencillas por lo que su influencia en las soluciones es evidente. Con todo lo anterior, las consecuencias de cada una de las posibles soluciones se pueden calcular de manera fácil, así como las restricciones, que al tener una ecuación permiten que las soluciones se obtengan más rápido.

Se sugiere que tengas presente este ejemplo, ya que se retomará en la unidad 3 en el tema de programación lineal.

En resumen, las decisiones en un ambiente de certeza se convierten en problemas de optimización, al saber con claridad el problema, y con esto las consecuencias de todas las soluciones es posible obtenerlas, lo que debes hacer es adquirir la que mejor convenga a tus intereses o a los de tu empresa.

Recuerda que las técnicas de optimización más populares son punto de equilibrio, control de inventarios y programación lineal.

2.2.2. Modelo de riesgo

Entenderemos por una toma de decisión en un ambiente de riesgo, al ambiente en donde a cada posible resultado de nuestras alternativas se les asigna una probabilidad de ocurrencia.

Si tenemos n alternativas y m posibles resultados, definimos la función $v(x_i, e_i)$ que calcula el valor que tiene para nosotros que pase el evento x_i con el resultado e_i . Representaremos por $R(x_i)$ al conjunto de valores de la función $v(x_i, e_i)$ asociados a la alternativa x_i y por $P(x_i)$ al conjunto de probabilidades asociadas a esos valores.

Los principales criterios de decisión empleados en este modelo son:



- **Criterio del valor esperado**

Este criterio nos dice que la mejor decisión está dada por el máximo de la esperanza de los elementos de $R(x_i)$.

Para utilizarlos primero calculamos la esperanza de cada elemento de $R(x_i)$:

$$E[R(x_i)] = \sum_{j=1}^m p_j v(x_i, e_j)$$

Y así la mejor decisión está dada por:

$$\text{máx}\{E[R(x_i)] \mid i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

- **Criterio de mínima varianza con media acotada**

Para este criterio lo que debemos hacer es fijar una constante k , esta constante nos permite definir un mínimo de beneficio que queremos que se obtenga de la función $v(x_i, e_j)$. Ahora nos fijamos en todas las alternativas cuya esperanza $E[R(x_i)]$ es mayor o igual que k .

Este criterio nos dice que la mejor decisión es el mínimo de las varianzas de las $R(x_i)$ que estamos considerando. Se calcula de la siguiente forma:

$$\text{mín}\{\sigma[R(x_i)] \mid i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ y } E[R(x_i)] \geq k\}$$

- **Criterio de la media con varianza acotada**

Igual que el anterior fijemos una constante k , la diferencia es que ahora queremos fijar es un mínimo de variación entre los valores de $v(x_i, e_j)$. Entonces nos fijamos en aquellas alternativas que cumplan que su varianza es menor o igual a k .

EL criterio nos dice que la mejor decisión es el máximo de esperanzas de esos valores. Se calcula de la siguiente manera:

$$\text{máx}\{E[R(x_i)] \mid i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ y } \sigma[R(x_i)] \leq k\}$$

- **Criterio de dispersión**

De nuevo fijamos una constante k , ahora vamos a utilizar esta constante para acotar la aportación de alternativas con esperanza muy grande y limitar la variabilidad alta de nuestros resultados, mediante la siguiente función:

$$C[R(x_i)] = E[R(x_i)] - k\sqrt{\sigma[R(x_i)]}$$



El criterio nos dice que la mejor decisión es el máximo de los valores de $C[R(x_i)]$. Así queda calculado de la siguiente forma:

$$\max\{C[R(x_i)] | i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

- **Criterio de la probabilidad máxima**

Fijamos una constante k , este criterio nos dice que la mejor decisión es el máximo de las alternativas cuya probabilidad de ocurrencia es mayor a k .

Se calcula de la siguiente manera:

$$\max\{P\{R(a_i) \geq k\} | i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

La probabilidad te ayudará para decidir en un ambiente de riesgo, calculando las posibilidades de cada solución. Como en un ambiente de riesgo no se tiene la seguridad de cuáles son las condiciones o circunstancias, para solucionar el problema, lo único que puedes hacer es estimar con qué probabilidad puede ocurrir esa solución dadas algunas circunstancias.

2.2.3. Modelo de incertidumbre estructurada

En este modelo se trabaja con datos para los cuales se tienen todos los posibles resultados, pero no se tiene forma de saber cuál de esos resultados ocurrirá. Cuando se tiene un ambiente así, se puede utilizar alguno de los siguientes criterios de decisión:

Criterio de Laplace:

Este criterio fue propuesto por Pierre Simon Laplace en 1825. Laplace propone que *a priori* no se puede saber qué resultado puede aparecer antes que los demás, entonces el propone que todos los resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir. Así para un problema de decisión con n posibles resultados, les asignamos la probabilidad de $\frac{1}{n}$. Si $v(x_i, e_i)$ calcula el valor que tiene para nosotros que pase el evento x_i con el resultado e_i . Así este criterio propone como mejor decisión a la que proporciona el mayor resultado:

$$\max \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v(x_j, e_j) \right\}$$



Criterio de Wald

Este criterio fue propuesto por Abraham Wald en 1950, quien dice que la mejor opción es aquella que proporciona el mayor nivel de seguridad posible. Lo que se hace es considerar para cada evento el peor resultado que pueda ocurrir, ya que se tiene esa lista se escoge el evento que tenga el mejor resultado.

Sea n una serie de eventos con e los m resultados posibles, si $v(x_i, e_j)$ calcula el valor que tiene para nosotros que pase el evento x_i con el resultado e_j . Y así definimos como s_i el nivel de seguridad que proporciona el evento i , se calcula como:

$$s_i = \text{mín} \{v(x_i, e_j) | j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$$

Entonces la mejor decisión es:

$$\text{máx}\{s_i | i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

Criterio de Maximax

Este criterio fue propuesto por Abraham Wald en 1950. Él refiere que lo opuesto al criterio de Wald, nos dice que la mejor opción es la que mayor beneficio proporcione. Si tenemos n eventos con e los m posibles resultados, obtenemos la función $v(x_i, e_j)$ que calcula el valor o beneficio que nos proporciona el evento x_i con el resultado e_j . Con esto definimos el nivel de optimismo o_i que proporciona el evento i , como:

$$o_i = \text{máx} \{v(x_i, e_j) | j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$$

Entonces la mejor decisión es:

$$\text{máx} \{o_j | j \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

Criterio de Hurwicz

Este criterio fue presentado por Leonid Hurwicz en 1951. Él comenta que es un término medio entre el criterio pesimista o conservador (Criterio de Wald) y el criterio optimista (Criterio Maximax), explica que la mejor manera de obtener una decisión óptima es ponderar la media entre s_i y o_i , de la siguiente manera:

$$\alpha s_i + (1 - \alpha) o_i \text{ con } 0 \leq \alpha \leq 1$$

El factor α se escoge dependiendo de las necesidades del problema que enfrentemos, si queremos ponderar más el nivel de seguridad el factor debe estar cercano a 0, si queremos ponderar el nivel de optimismo el factor deberá estar cerca del 1. Así la mejor decisión está dada por la función:



$$\text{máx}\{\alpha s_i + (1 - \alpha)o_i \mid i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

Criterio de Savage

Este criterio fue presentado en 1951 por Leonard Savage, él propone que cuando se utilizan los resultados de $v(x_i, e_i)$ como comparativos, en realidad se está comparando los resultados entre sí, pero nosotros no tenemos control sobre estos resultados, así que lo que se debe hacer es comparar cada alternativa bajo las mismas condiciones, para proponer un posible resultado, nosotros ponemos el ambiente que pensamos que nos daría ese resultado, así Savage propone que las alternativas se deben comparar bajo estas mismas circunstancias.

Con este propósito Savage define el concepto de pérdida relativa o pérdida de oportunidad r_i asociado al resultado $v(x_i, e_i)$ como la diferencia entre el resultado de la mejor alternativa dado e_i , que se calcula como:

$$r_j = \text{máx}\{v(x_i, e_i) \mid i \in \{1, 2, \dots, n\}\} - v(x_j, e_j)$$

Una vez que se calcula la pérdida relativa, la mejor alternativa como, la menor de las mayores pérdidas relativas. Para esto primero calculamos la mayor pérdida relativa:

$$\rho_j = \text{máx}\{r_j \mid j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$$

Y con esto la mejor decisión sería:

$$\text{mín}\{\rho_j \mid j \in \{1, 2, \dots, m\}\}$$

Cuando te encuentres en un ambiente de decisión bajo incertidumbre, conoces las soluciones, pero no cuando pueden ocurrir, por eso los criterios que se te presentaron en esta sección suponen que cada solución tiene cierta probabilidad de ocurrir, ya que se hace la asignación de esa probabilidad, se escoge la que más convenga a los intereses de la empresa.

2.2.4. Modelo de incertidumbre no estructurada

Un ambiente de incertidumbre no estructurada es un ambiente muy complicado para tomar decisiones, ya que no se conoce nada del problema, no hay soluciones claras, ni consecuencias posibles.

La teoría de toma de decisiones no tiene un modelo estructurado para este ambiente, las decisiones que se toman en este ambiente son intuitivas. Si observas los ambientes anteriores, cada uno tiene algo conocido, consecuencias, soluciones, o en algunos casos se



le puede asignar una probabilidad a las soluciones y sus consecuencias, eso permitió construir fórmulas matemáticas que nos apoyen a escoger una solución óptima.

Algunos autores como José Luis Pardo (s/f) y Paul E. Moody (1991) proponen que las decisiones en este ambiente son caóticas y sin estructura, por ello se recomienda tener un buen equipo de trabajo y hacer lo que la mayoría decida.

Así que, si te encuentras en este ambiente, no hay un apoyo matemático para encontrar la solución, todo se va a sustentar en la intuición que tengas o que tenga tu equipo.

Antes de continuar con el estudio de los temas, te invitamos a realizar la siguiente actividad.

2.2.5. Metodología de los modelos de teoría de toma de decisiones

En las secciones anteriores estudiaste los modelos que se han generado para ayudar en el proceso de la toma de decisiones. Pero no hemos estudiado como es este proceso. La toma de decisiones presenta la siguiente lista de pasos a realizar para que una decisión se pueda tomar de manera eficiente.

1. Identificar y analizar el problema

En este paso se identifica el problema, siempre que sea posible se describen las consecuencias y factores que lo generaron, se acota el problema, se pone en la realidad de la empresa, esto por qué a veces puede ser que ese problema se haya generado en otros tiempos.

A partir de este paso, a todos los involucrados en la toma de decisión, les debe quedar claro el problema, sus implicaciones y las circunstancias que lo generaron, para que los siguientes pasos sean más fáciles de seguir.

2. Identificar los criterios de decisión y ponderarlos

En esta etapa es donde se decide en qué ambiente se está trabajando, una vez que se tiene claro el problema y todo lo involucrado con él, es posible identificar cuáles de las situaciones que están involucradas en nuestro problema se pueden medir, se les puede asignar alguna probabilidad.

Es en este paso donde se decide cuál de los modelos que platicamos en las secciones anteriores se puede utilizar para la toma de la decisión que solucione nuestro problema.



3. Definir la prioridad para atender el problema

Este es un paso importante, a veces los problemas a resolver son muy grandes e involucran muchos ambientes para su solución, es por eso que en este paso tu grupo de trabajo va a decidir las prioridades de resolución, cuáles de las situaciones involucradas en nuestro problema tiene mayor urgencia de resolver.

Con este paso tu equipo de trabajo va a hacer más eficiente el esfuerzo de toma de decisión, al fraccionar el problema y priorizar cada parte de ese esfuerzo, se puede canalizar de mejor manera.

4. Generar las opciones de solución

En este paso, es cuando se aplica el modelo seleccionado en el segundo paso, se generan las fórmulas, las restricciones y todo lo que implica esa aplicación.

Así, se crean soluciones que representen una buena decisión.

5. Evaluar las opciones

Ahora que se generó una lista de posibles soluciones, en este paso se evalúan las consecuencias de cada una de las soluciones generadas. Tu equipo de trabajo analiza el impacto de cada una esas consecuencias.

Así se toma la decisión de utilizar la solución que tenga la consecuencia que mejor convenga a los intereses de la empresa.

6. Aplicación de la decisión

En este paso se pone en práctica la solución que se encontró en los pasos anteriores.

7. Evaluación de la decisión

En este paso se analiza el impacto real de la decisión tomada, recuerda que el análisis en el paso de evaluación fue teórico, por eso en este paso se valora el impacto, se analiza si ese estudio teórico fue correcto y si la decisión fue correcta.

Cuando las consecuencias son las mejores para la empresa, se termina el proceso de solución, Si las consecuencias no son las deseadas, se retoman todos los pasos de nuevo para encontrar una mejor solución.



Esta metodología es propuesta por Paul E. Moody (1991), y no ha sufrido grandes modificaciones a pesar de los años transcurridos, ya que su estructura es lógica y se aplica de manera sencilla en cualquier empresa.

2.3. Funciones de la teoría de toma de decisiones

Paul E. Moody (1991) y José Luis Pardo (s/f) comentan que, dentro del proceso de toma de decisiones, existen una serie de pasos, a los cuales se llaman funciones de la teoría de toma de decisiones, que no son matemáticos, pero que su aplicación es muy importante en este proceso.

También se conocen con el nombre de funciones administrativas de la toma de decisiones, ya que son pasos de carácter administrativo que es muy importante incluir en la toma de decisiones.

Las funciones son:

- Planeación
- Organización
- Dirección
- Control

En las secciones siguientes se explicará en qué consisten cada uno de estos pasos de acuerdo con lo que presenta Paul E. Moody.

2.3.1. Planeación

Dentro de la toma de decisiones, se encuentra la primera función administrativa: **la planeación**. En esta función se determinan los objetivos y metas a cumplir, los cuales le darán un sentido, un camino a la empresa. Una empresa que tiene esto muy claro podrá encaminar sus recursos y esfuerzos de manera más eficiente.

Existen diferentes tipos de planes que podemos desarrollar con esta función:

- **A corto plazo**

Planes a realizar en un periodo de tiempo no mayor un año y medio. Son los planes que cimientan nuestro camino, están dirigidos a resolver los problemas urgentes o conseguir los elementos con los que la empresa empezará a trabajar.

- **A mediano plazo**

Planes a realizar en un periodo de tiempo de entre 2 a 5 años. Son planes encaminados a posicionar a la empresa, establecen los alcances que se quiere de la empresa para estabilizarla.



- **A largo plazo**

Planeas a realizar en un periodo de tiempo mayor a 5 años. Son los planes que tienen el objetivo de expandir la empresa, dirigir su crecimiento.

La planeación propone las siguientes etapas para cada plan a generar:

1. **Determinar objetivos**

Antes que nada, para generar un buen plan deben existir objetivos y metas a cumplir. Estos deben ser concretos; bien definidos, con razones que los sustenten, bien explicadas y fundamentadas. Reales; basados en el contexto de la empresa, apegados a su estatus actual.

2. **Recopilación de antecedentes**

En esta etapa, se realiza la recopilación de todos los estudios estadísticos, archivos, formularios que creamos que se pueden utilizar en la construcción del plan.

3. **Análisis y clasificación de los antecedentes**

Cuando termina la recopilación de los antecedentes, se continúa con la comprobación de su veracidad. Ya que se comprobó su veracidad, se realiza su clasificación con respecto a su impacto e influencia en el objetivo buscado.

4. **Formulación de supuestos**

Cuando se generan los objetivos, es inevitable sustentarlos en ciertos supuestos, es muy importante entender que supuestos se están utilizando, ya que se identificaron se generan escenarios generados por otros supuestos, esto para que si en el camino de alcanzar el objetivo alguno de esos supuestos cambien, no nos tome por sorpresa y se tenga un plan de apoyo.

5. **Formulación de planes alternativos**

Una vez analizados los supuestos, es posible que se generen varios objetivos, cada uno sustentado con sus antecedentes y sus supuestos. Es importante tener el control de cada objetivo alternativo.

6. **Definición del plan definitivo**

Ya que se tiene la lista de los objetivos alternativos y el original, se hace un análisis de cuál es el que cubre de mejor manera la problemática o la necesidad que tenemos, generando así el plan que se adecue a ese objetivo.

Ahora prepárate para estudiar la siguiente función de la toma de decisiones.



2.3.2. Organización

Cuando ya se tiene claro el objetivo para genera un buen plan, **la función de organización** nos propone que es momento de crear los pasos para conseguir el objetivo, para ello nos formulamos las siguientes interrogantes:

- ¿Qué condiciones se van a necesitar?
- ¿Cuáles y cuantos recursos se necesitan?

La teoría de toma de decisiones por medio de esta función nos propone las siguientes etapas:

1. **Determinación del objetivo**

Se considera en este primer paso, todo el proceso descrito por la función planeación.

2. **División del trabajo**

Ya que se tiene el plan bien definido, se generar tareas y actividades para su desarrollo. Estas tareas se deben describir de forma clara, explicando su desarrollo, los recursos que necesitan.

3. **Agrupación de las operaciones parciales**

Ya tenemos las tareas y actividades generadas por nuestro objetivo desarrolladas, lo que se propone en este paso es destinarla al departamento de nuestra empresa que se dedica a realizar esa tarea, si no existe, se evaluará si conviene abrir un nuevo departamento o asignarle alguna tarea a uno ya definido.

4. **Asignación de personal**

Ya que cada departamento tiene su actividad asignada, se escogerá el personal mejor capacitado para realizar esa actividad, si no existe se generará la capacitación necesaria.

2.3.3. Dirección o ejecución

Cuando ya se canalizaron las actividades a las respectivas áreas, y se definió el personal dedicado a realizarlas, es momento de ejecutar la función de dirección, que propone que cada proceso se debe supervisar, la persona encargada de esta función, debe coordinar al personal, facilitando los materiales necesarios, resolver diferencias entre los empleados, manteniendo siempre los esfuerzos y recursos en camino al objetivo tratado. Se proponen las siguientes actividades a realizar por el administrador:



1. **Autoridad**

Es la capacidad que tiene el administrador de tomar decisiones de manera eficiente, de hacer que los demás lo escuchen y lo obedezcan.

2. **Motivación**

Es la actividad de persuadir o convencer a los demás trabajadores de realizar sus actividades de manera eficiente manteniendo un nivel óptimo de ánimo.

3. **Comunicación**

Proceso que efectúa el administrador para compartir sus ideas u órdenes por escrito o de forma oral, de tal manera que sus trabajadores comprendan lo que les quiere comunicar.

4. **Supervisión**

Actividad de supervisión de actividades, de control de tiempos de ejecución de los pasos para lograr el objetivo.

A continuación, se revisarán a detalle, las funciones que competen a la dirección o ejecución.

2.3.4. Control

Control, es la función de la teoría de decisión, que propone que el proceso de desarrollo del plan se debe estar monitoreando, controlando la realización de las actividades generadas en el plan, manteniendo que se pueden en los tiempos y resultados adquiridos.

Para esta función, se proponen los siguientes pasos:

1. **Base de control**

Para una supervisión eficiente, es necesario tener claro que tareas se están haciendo, sus alcances, el efecto de ellas en el plan y objetivo. En este paso se propone que se realice una lista con las tareas a ejecutar, especificando tiempo de duración y actividades incluidas en su desarrollo.

2. **Medir y juzgar lo realizado**

Si la actividad a supervisar es cuantificable, se revisará su avance. Si la actividad a supervisar es calificable, se analizará su calidad comparada con la propuesta en el análisis de objetivos.



3. Analizar y corregir desviaciones

En este paso se revisarán los procedimientos necesarios, ya sean administrativos u operativos para corregir los problemas encontrados en la supervisión.

Ahora es momento de poner en práctica lo aprendido en los subtemas anteriores, a través de algunas actividades de aprendizaje.



Cierre de la unidad

La teoría de la toma de decisión es una herramienta que te ayudará a estructurar el proceso de toma de decisiones, ten presente los ambientes que se consideran dentro de esta teoría, que son los que se presentan a la hora de tomar decisiones.

El ambiente de certeza se presenta cuando sabes todo lo involucrado en el problema que vas a enfrentar. Cuando nos enfrentamos a un problema, en donde no sabemos cuándo aparecen las condiciones que dan las soluciones, podemos darle a cada una de estas condiciones una probabilidad, lo que nos coloca en un ambiente de riesgo.

Cuando no conocemos las condiciones que proporcionan las soluciones a nuestro problema, estamos en un ambiente de incertidumbre estructurada, para encontrar la solución correcta, suponemos probabilidades parejas para todas las condiciones, y después de acuerdo con el criterio que más nos convenga decidimos cual solución nos conviene.

Cuando enfrentamos a un problema que no sabemos nada de las posibles soluciones o consecuencias de ellas, estamos en un ambiente de incertidumbre no estructurada. La intuición es la mejor arma para enfrentar un problema así.

Cuando estamos en el proceso de toma de decisiones, hay algunos pasos que no podemos modelar matemáticamente, estos pasos los denominamos funciones administrativas, que son: Planeación, Organización, Dirección y Control. Estos pasos se deben considerar, para que el proceso de decisión sea más eficiente.

Una vez que tenemos todo lo anterior, los pasos a seguir en la toma de decisiones son los siguientes:

- 1) Identificar y analizar el problema
- 2) Identificar los criterios de decisión y ponderarlos
- 3) Definir la prioridad para atender el problema
- 4) Generar las opciones de solución
- 5) Evaluar las opciones
- 6) Aplicación de la decisión
- 7) Evaluación de la decisión

Recuerda que estos pasos y modelos, son auxiliares en la resolución de problemas, no son una receta o una regla, pero conocerlos y utilizarlos, seguramente van a mejorar tus habilidades para resolver problemas.



Fuentes de consulta

Básica

- Freund, J. (2000). *Estadística matemática con aplicaciones*. México: Pearson Education.
- Mendenhall, W. (2008). *Introducción a la probabilidad y estadística*. México: Thomson Cengage Learning.
- Moody, P. (1991). *Toma de decisiones gerenciales*. México: McGraw-Hill
- Oviedo, L. (2000). Teoría de Decisiones. [Versión electrónica]. Recuperado de: <http://www.tuobra.unam.mx/publicadas/040921170149.html>

Complementaria

- Dunlop, J. (1944). *Wage Determination Under Trade Unions*. Estados Unidos: Augustus M Kelley publishers
- Gantt, H.L. et al (1974). *Work, Wages and Profits*. Nueva York: The Engineering Magazine
- García, A. (1998) *Economía y Gestión de las organizaciones*. Argentina: Sainte Claire Editora SRL
- Harrington, E. (1931) *The Twelve Principles of Efficiency*. Nueva York: The Engineering Magazine