

División de Ciencias Exactas Ingeniería y Tecnología

Cálculo Integral

Información general de la unidad didáctica

Universidad Abierta y a Distancia de México



Universidad
Abierta y a Distancia de México

Tronco Común



Contenido

Ficha de identificación	3
Presentación de la unidad.....	3
Competencias generales y específicas.....	5
Logros	5
Temario	5
Metodología de trabajo.....	6
Evaluación.....	7
Fuentes de consulta	9

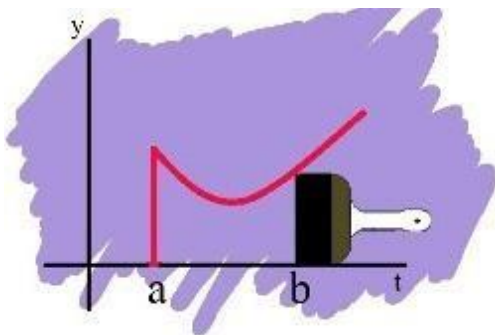
Ficha de identificación

División	Ciencias Exactas, Ingenierías y Tecnología
Nombre de la unidad didáctica	Cálculo integral
Seriación	Cálculo diferencial
Horas contempladas	90

Presentación de la unidad

El cálculo integral, junto con el cálculo diferencial, proporciona las herramientas matemáticas necesarias para resolver diversos problemas en diferentes áreas del conocimiento. El **cálculo integral** es una rama de las matemáticas que sirve para la **integración** o **antiderivación** a partir de la aplicación de conceptos obtenidos en Cálculo diferencial, y es la base de la resolución de problemas en el **cálculo de longitudes de curvas, áreas de curvas y volúmenes**, así como predicciones sobre problemas específicos en diferentes ámbitos.

En la unidad didáctica se expone la integral como la suma infinitesimal y la importancia del **teorema fundamental del cálculo**, que es el eslabón o conexión entre el cálculo diferencial e integral, finalmente se abordan diversas técnicas de integración que son esenciales para enfrentar los problemas de una manera más sistemática.



En la imagen ejemplo (lado izquierdo), la brocha es ancha cuando los valores del integrando son grandes y es angosta cuando los valores del integrando son pequeños. Esta es una analogía del Primer Teorema Fundamental de Cálculo que verás con el estudio de esta unidad.

A continuación, se describe los tópicos que se abordarán en cada una de las unidades temáticas:

Unidad 1. En el desarrollo de esta unidad se exponen los conceptos fundamentales que proporcionan sustento al cálculo.

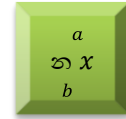
En el tema de integral definida se revisa la manera de **calcular el área de una región** y cómo **calcular el área bajo una curva mediante la suma de rectángulos infinitesimales**. El análisis de estos cálculos conduce al concepto de **sumas de Riemann**, herramienta necesaria para evaluar una integral. Posteriormente, se evalúan algunas integrales y la regla del punto medio, así como algunas propiedades de la integral definida. También se revisa el **teorema fundamental del cálculo** que describe la derivación e integración como procesos inversos; se presenta una tabla de integrales indefinidas y se revisa una regla para hacer sustituciones que sirven para evaluar integrales. Al final de esta unidad se revisan las propiedades de simetría que poseen algunas integrales.

Unidad 2. En esta unidad se presenta la integración con diversas aplicaciones para calcular áreas entre curvas mediante aproximación e integración, así como algunos métodos de aplicación para calcular volúmenes de ciertos sólidos, entre los que destacan sólidos de revolución o cascarones cilíndricos. Finalmente, se utiliza la integración para hallar el valor medio de ciertas funciones.

Unidad 3. En esta unidad se centra el estudio en diferentes técnicas de integración como el método de la integración por partes y sustitución para racionalizar. Dentro de los métodos de integración trigonométrica se presentan las técnicas de integración para resolver integrales trigonométricas que contienen senos, cosenos, tangentes y secantes. Finalmente se abordan los métodos para realizar algunas sustituciones trigonométricas en el cálculo de integrales y los diferentes casos del método para integrar funciones racionales mediante fracciones parciales.

Finalmente, la unidad didáctica brinda las habilidades necesarias para aplicar las herramientas matemáticas en cursos posteriores, principalmente en la resolución de problemas de cálculo para satisfacer las necesidades de áreas afines como pueden ser las siguientes carreras: Telemática, Desarrollo de Software, Logística y Transporte, Biotecnología, Tecnología ambiental y Energías renovables.

El material dispuesto en esta unidad didáctica se imparte en los programas educativos de: Logística y transporte, Desarrollo de Software, Telemática y Matemáticas; y sienta la base para el estudio de unidades didácticas como: Cálculo de varias variables, Ecuaciones diferenciales I y II, Variable compleja I y II, Probabilidad I y II, Ecuaciones diferenciales parciales, Transformaciones y series, Estadística, Análisis matemáticos I y II, Sistemas lineales y no lineales, Optimizaciones y Topología.



Competencias generales y específicas

General

Utilizar herramientas matemáticas del cálculo integral para resolver problemas mediante el uso de las sumas infinitesimales, integración y teorema fundamental del cálculo con base en métodos y tablas de integración.

Específicas

Unidad 1. Describir el proceso de integración para calcular áreas entre curvas, volúmenes, así como el valor promedio de una función a través del uso de integral definida e indefinida y el teorema fundamental del cálculo con base en definiciones, modelos y reglas.

Unidad 2. Analizar problemas modelo para calcular áreas entre curvas, volúmenes, así como el valor promedio de una función mediante el uso de aproximaciones, con base en definiciones, métodos y teoremas.

Unidad 3. Utilizar métodos de integración para resolver integrales mediante reglas, identidades, sustituciones, simplificaciones, definiciones, estrategias y tablas, con base en ejercicios de práctica.

Logros

Unidad 1.

- Describir el proceso de integración.
- Resolver ejercicio de integrales definidas e indefinidas.

- Identificar la utilidad del teorema fundamental del cálculo.
- Utilizar la regla de sustitución.

Unidad 2.

- Emplear métodos de integración.
- Determinar el valor del área de diferentes cuerpos.
- Resolver ejercicios relacionados con sólidos de revolución o cascarones cilíndricos.
- Determinar el valor medio de una función.
- Resolver problemas que presenten argumentos sobre integrales.

Unidad 3.

- Proponer diversos métodos de investigación.
- Determinar el valor del área de diferentes cuerpos curvos.
- Resolver ejercicios relacionados con integrales trigonométricas.
- Resolver ejercicios relacionados con integrales impropias.
- Resolver problemas que presenten argumentos sobre integrales.

Temario

Unidad 1. Integrales

1.1. Integral definida

1.1.1. Área de una región

1.1.2. Área mediante suma de rectángulos infinitesimales

1.1.3. Integral definida



- 1.1.4. Suma de Riemann
- 1.1.5. Evaluación de integrales
- 1.1.6. Regla del punto medio
- 1.1.7. Propiedades de la integral definida
- 1.2. Teorema fundamental del cálculo
 - 1.2.1. Teorema fundamental del cálculo
 - 1.2.2. Derivación e integración como procesos inversos
- 1.3. Integral indefinida
 - 1.3.1. Integral indefinida
 - 1.3.2. Tabla de integrales indefinidas
- 1.4. Regla de sustitución
 - 1.4.1. Regla de sustitución
 - 1.4.2. Integrales definidas
 - 1.4.3. Simetría

Unidad 2. Aplicaciones de la Integración

- 2.1. Área entre curvas
 - 2.1.1. Área entre curvas mediante aproximación
 - 2.1.2. Área entre curvas mediante integración
- 2.2. Volúmenes
 - 2.2.1. Volumen de un sólido
 - 2.2.2. Volúmenes de sólidos de revolución
 - 2.2.3. Volúmenes de cascarones cilíndricos
- 2.3. Valor promedio de una función

2.3.1. Valor promedio

2.3.2. Teorema del valor medio

Unidad 3.

3.1. Integración por partes

3.1.1. Integrales por partes

3.1.2. Sustitución para racionalizar

3.2. Integración de funciones racionales mediante fracciones parciales

3.2.1. $Q(x)$ es producto de factores lineales distintos

3.2.2. $Q(x)$ contiene factores lineales, algunos se repiten

3.2.3. $Q(x)$ contiene factores cuadráticos reducibles, ninguno se repite

3.2.4. $Q(x)$ contiene un factor cuadrático irreducible repetido

3.3. Integrales trigonométricas

3.3.1. Integrales trigonométricas

3.3.2. Integrales que contienen senos y cosenos

3.3.3. Integrales que contienen tangentes y secantes

3.3.4. Sustitución trigonométrica

3.4. Estrategias de la integración por medio de tablas integrales

3.4.1. Tablas de fórmulas integrales

3.4.2. Estrategias para integrar

3.5. Integrales impropias

3.5.1. Tipo 1. Intervalos infinitos

3.5.2. Tipo 2. Integrandos discontinuos



Metodología de trabajo

En esta unidad didáctica es fundamental la dedicación en la **resolución de ejercicios** y perseverancia, ya que es posible que a la primera no te salgan los resultados; sin embargo, no desesperes, es parte de la formación. Es indispensable que tengas una filosofía emprendedora proactiva al aprendizaje.

Es indispensable que en el desarrollo de tus actividades **verifiques tu procedimiento**, signos y operaciones. Es recomendable contar con una calculadora que te permita **optimizar los tiempos** en la resolución de las

operaciones; sin embargo, esta herramienta no debe reemplazar tu proceso de aprendizaje en el desarrollo, análisis, ordenamiento, lógica e interpretación de resultados.

Dado que la unidad didáctica es de carácter práctico, es aconsejable que trabajes de manera colaborativa con otros de tus compañeros a través de foros. También puedes hacer uso de páginas de internet para ampliar los temas vistos o incluso verlos desde otras perspectivas.

La metodología empleada en el curso es la de **aprendizaje basado en problemas (ABP)**, por lo cual es recomendable realizar muchos ejercicios empleando los diferentes métodos de integración. La mayoría de las tareas consiste en realizar ejercicios de acuerdo con los temas vistos.

El papel de la figura académica estará enfocado en guiarte en cada uno de los temas que conforman la unidad didáctica. Te evaluará y te retroalimentará en cada una de tus tareas. La retroalimentación es con la finalidad de que vayas perfeccionando tu escritura, método, simbología, orden y procedimiento, así como coherencia.

Evaluación

La evaluación del aprendizaje es un proceso, a través del cual se observa, recoge y analiza información relevante del proceso de aprendizaje de los estudiantes, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor, así como tomar decisiones pertinentes y oportunas para optimizarlo (Díaz Barriga A.F. & Hernández R.G., 2005). Orienta la toma de decisiones, da pauta a determinar acciones en términos de valoración de conocimientos, nivel del desempeño, reorientaciones de aprendizaje, mejora del proceso educativo y adecuación de actividades, entre otras acciones.

De acuerdo con lo anterior, mediante la evaluación te brindaremos apoyo y seguimiento para identificar las dificultades en el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes del proceso integral de aprendizaje.

En el marco del Modelo educativo de la UnADM, la evaluación de la unidad didáctica se realiza en los siguientes momentos: 1) diagnóstica, 2) formativa y 3) sumativa.



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Se aplica al iniciar el curso con el objetivo de identificar tus conocimientos previos

en torno a los contenidos de cada unidad, es útil para recabar información acerca del nivel de preparación que posees para enfrentar las tareas que realizarás.

En este primer momento de evaluación se emplean actividades como:

Cuestionario diagnóstico (Representa una evaluación automatizada con realimentación inmediata).

EVALUACIÓN FORMATIVA

Se realiza en paralelo al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de cada unidad, y sirve para localizar dificultades cuando aún estás en posibilidad de remediarlas.

En este segundo momento de evaluación, se aplican estrategias asociadas a las:

- **Actividades individuales** (tareas). Se trata de un primer momento de aprendizaje, en el cual se consideran tus perspectivas, experiencias, intereses, capacidades y necesidades.
- **Actividades colaborativas** (foros). El trabajo colaborativo fomenta y promueve el aprendizaje en contribución con otros compañeros, ya que eres responsable no sólo de tu aprendizaje, sino de contribuir a que los demás aprendan en equipo y se fomente un ambiente de confianza; por ende, que se logren las metas de aprendizaje.

EVALUACIÓN SUMATIVA

Se aplica al final del proceso de tu experiencia de aprendizaje, su propósito es verificar los resultados alcanzados y el grado de aprendizaje o nivel de conocimientos, habilidades y actitudes que hayas adquirido.

Este tercer y último momento de evaluación, se mide y valora a través de las siguientes actividades:

- **Evidencias de aprendizaje**. Son actividades que tienen como objetivo integrar el proceso de construcción de tu aprendizaje, la evaluación, la retroalimentación y la planeación de la nueva ruta de aprendizaje que seguirás de acuerdo con los resultados individuales obtenidos.

- **Actividad complementaria.** Esta actividad es planeada por la figura académica considerando las competencias y logros de la unidad didáctica, toda vez que identifica los conocimientos, habilidades y actitudes que te hizo falta desarrollar o potenciar (se realiza en una ocasión al finalizar la última unidad).
- **Actividad de reflexión.** Es un ejercicio de metacognición que permite que tomes conciencia de tu proceso de aprendizaje, el punto de partida son las experiencias del contexto académico y la reflexión sobre tu desempeño. Se trata de una acción formativa que parte de tu persona y no del saber teórico, que considera tu experiencia de aprendizaje (se realiza en una ocasión al finalizar la última unidad).

A continuación, se presenta el esquema general de evaluación correspondiente a esta unidad didáctica:

Tipo de evaluación	Tipo de actividad	Puntaje
Inicial	Cuestionario diagnóstico	(Obligatorio)
Formativa	Actividades individuales	30%
	Actividades colaborativas	10%
Sumativa	Evidencias de aprendizaje	40%
	Actividad de reflexión	10%
	Actividad complementaria	10%
Total		100%

Recuerda que la calificación final que te permitirá acreditar se asigna de acuerdo con los criterios e instrumentos de evaluación establecidos para cada actividad, los cuales son diseñados con base en las competencias y logros de esta unidad didáctica.

Fuentes de consulta

Básica

- Apostol, T. M. (2008). *Calculus*. España: Reverté
- Larson, R. E. (2005). *Cálculo*. México: Mc Graw Hill.
- Stewart, James. (2008). *Cálculo. Trascendentes tempranas*. México: Cengage Learning.