



Programa de la asignatura:

# Operaciones unitarias I

## U1

Operaciones unitarias de transferencia de movimiento





## Índice

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Presentación de la unidad .....                                                         | 3  |
| Propósito de la unidad .....                                                            | 4  |
| Competencia específica .....                                                            | 5  |
| 1.1. Fundamentos .....                                                                  | 5  |
| 1.1.1. Ley de Darcy .....                                                               | 6  |
| 1.1.2. Definición de porosidad .....                                                    | 9  |
| 1.1.3. Definición de superficie específica de partícula .....                           | 11 |
| 1.1.4. Definición de superficie específica de lecho .....                               | 12 |
| 1.1.5. Definición de velocidad superficial .....                                        | 13 |
| 1.2. Ecuaciones para el flujo a través de lechos porosos .....                          | 17 |
| 1.2.1. Ecuación de Konezy- Karman (Régimen laminar) .....                               | 18 |
| 1.2.1. Ecuación de Burke- Plummer (Régimen turbulento) .....                            | 20 |
| 1.2.3. Ecuación de Ergun y de Chilton- Colburn (Flujo global laminar- turbulento) ..... | 22 |
| 1.3. Fluidización .....                                                                 | 26 |
| 1.3.1. Velocidad mínima .....                                                           | 30 |
| 1.3.2. Porosidad mínima. ....                                                           | 33 |
| 1.3.3. Altura del lecho .....                                                           | 34 |
| 1.3.4. Problemas resueltos .....                                                        | 37 |
| Actividades .....                                                                       | 40 |
| Autorreflexiones .....                                                                  | 40 |
| Cierre de la unidad .....                                                               | 41 |
| Para saber más .....                                                                    | 42 |
| Fuentes de consulta .....                                                               | 43 |



## Presentación de la unidad

Comenzaremos dando un panorama general de lo que son las operaciones unitarias. Se llama operación unitaria a una parte indivisible de cualquier proceso de transformación donde hay un intercambio de energía, sea físico, químico o de naturaleza biológica, o de una materia prima en otro producto de características diferentes

Se entiende que los procesos de transformación en general y las operaciones unitarias, en lo particular tienen como objetivo el modificar las condiciones de una determinada cantidad de materia en una forma más útil a nuestros fines.

Esta transformación puede realizarse de distintas maneras: modificando la masa o composición del cuerpo primario ya sea mezclándolo, separándolo o haciéndolo reaccionar químicamente; modificando la calidad de la energía que posee el cuerpo en cuestión, ya sea por enfriamiento, vaporización, aumento de presión o modificando las condiciones relativas a la cinética del cuerpo primario, ya sea aumentando o disminuyendo su velocidad o modificando la dirección que tiene en el espacio (McCabe, Smith, Harriott, 2008).

En esta unidad se describirán conceptos introductorios de operaciones unitarias en los cuales existe una transferencia de cantidad de movimiento y en algunos aspectos de energía durante algunos procesos ya sea de tipo físico, químico o de naturaleza biológica de una materia prima. Como sabemos los procesos de transferencia de calor en general y las operaciones unitarias estudiadas desde el punto de vista de una partícula tienen como objetivo el modificar condiciones y propiedades de una determinada cantidad de materia o sustancia de una forma más útil para los fines de la biotecnología.

En suma, en esta unidad estableceremos las operaciones unitarias mostrando las que aplican en particular movimientos de flujo por lo cual iniciaremos estudiando los fluidos en medios porosos. ¿Qué son los movimientos fluidos a través de los lechos porosos y para qué nos sirven? ¿En qué fenómenos naturales los puedes observar a diario? ¿En qué procesos industriales están presentes?

En procesos industriales como la filtración y el intercambio iónico, el fluido se mueve a través de un lecho de partícula sólida inerte, se trata del estudio del flujo de una sola fase fluida a través de una columna de partículas sólidas estacionarias. Conocerás más de este tipo de procesos cuando revises la Ley de Darcy en el tema uno de esta unidad.

El movimiento de flujos a través de lechos porosos se puede caracterizar a través de variables que se deben considerar para el análisis de alguna operación unitaria en un proceso. Tales variables son por ejemplo las características de la partícula, el medio



poroso, el tipo de flujo, la presión, el volumen y la densidad; estas últimas son variables que se mencionarán en el tema dos de esta unidad. Conocerás las ecuaciones que te permitirán determinar la velocidad superficial, altura del lecho y porosidad superficial. Asimismo, resolverás problemas aplicando las ecuaciones de la Ley de Darcy y las ecuaciones de flujos a través de lechos porosos como son Konezy Karman, Burke-Plummer, Ergun y Chilton Colburn.

Por último, en el tema tres, aprenderás lo que es la fluidización, es decir, cuando un lecho de partículas opone una cierta resistencia al flujo de un fluido el cual debe pasar por los intersticios o espacios vacíos entre las partículas, con la consiguiente pérdida de energía cinética del fluido.

Existen los fenómenos teóricos desarrollados para el estudio de la transferencia de movimientos de fluidos a través de lechos porosos que tratan de correlacionar la pérdida de presión del fluido (como consecuencia del pasaje a través del lecho de partículas) con características medibles del lecho. Es por tal motivo que esta unidad es de vital importancia para su estudio y comprensión.

Esta materia dará soporte a otras más directamente vinculadas en el desempeño profesional que se especifican claramente en el perfil de futuro ingeniero.

### Propósito de la unidad



Al término de la unidad podrás:

- Identificar los elementos fundamentales que caracterizan a las operaciones unitarias.
- Deducir la Ley de Darcy para la medición de un fluido a través de un lecho poroso en función de la caída de presión y del espesor, así como la permeabilidad.



- Calcular la pérdida de carga en la circulación de un fluido a través de un lecho tomando en cuenta el régimen del fluido.
- Utilizar las ecuaciones de Ergun, Karman y Burke- Plummer para estimar el factor de fricción modificado.
- Deducir la Ecuación de Kozeny para relacionar la velocidad de un fluido con la caída de presión en régimen laminar.

## Competencia específica



**Relaciona** los principios con las características de las distintas operaciones unitarias a través de aspectos como el movimiento de flujos para comprender el funcionamiento de procesos y operaciones químicas.

### 1.1. Fundamentos

Hemos visto que el flujo de fluidos a través de lechos compuestos de partículas aparece de manera frecuente en la industria, requiriéndose por tanto expresiones que permitan predecir la caída de presión a través de los lechos provocada por la resistencia debida a la presencia de partículas. Un ejemplo de esto son los reactores catalíticos de lecho fijo y las columnas de secado, en los que se pueden observar partículas contiguas que dejan entre ellas huecos o espacios libres por los cuales circula un fluido.



Estas partículas dependen de variables importantes como la porosidad de la partícula, su diámetro, así como la esfericidad y su forma; es de interés aclarar la velocidad lineal real del fluido a través de los huecos del lecho poroso, la cual se puede expresar en función de la velocidad lineal superficial (calculada como velocidad de flujo del fluido por la sección transversal total no obstruida del lecho) y de los parámetros (Coulson, et al, 2003). En este tema podrás aprender más al respecto.

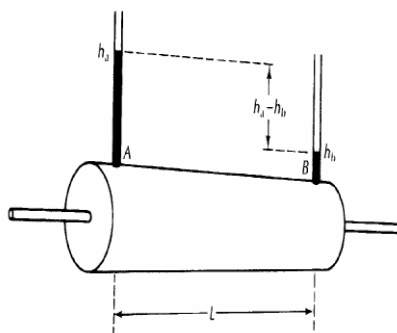
### 1.1.1. Ley de Darcy

**¿Por qué es importante estudiar el movimiento de flujos en filtración?** o ¿para qué nos serviría conocer el movimiento a través de lechos fluidizados? Este fenómeno nos permite conocer una Ley muy importante con la cual se dio inicio al estudio de flujos en medios porosos; la hidráulica de aguas subterráneas se basa en la Ley de Darcy, así como otras operaciones unitarias, tales como la filtración, la fluidización.

En 1856 invitaron al ingeniero Henry Darcy a elaborar un estudio de la red de abastecimiento de agua de la ciudad de Dijon, Francia, en donde propuso el uso de filtros de arena, como medio poroso para purificación de agua, así fue como nació su interés por el estudio de las variables que influían en el flujo de agua que atravesaba el filtro.

Comencemos con el estudio de la Ley de Darcy a través del análisis donde él realizó un experimento que fue el resultado de examinar la velocidad de flujo del agua de las fuentes locales a través de lechos de arena de diversos espesores. Demostró que la velocidad media, medida sobre toda el área del lecho, era directamente proporcional a la presión impulsora e inversamente proporcional al espesor del lecho (Coulson, et al 2003).

Es importante señalar que esta ley está relacionada con la caída de presión de un fluido incomprensible en régimen laminar a través de un medio poroso.



**Figura 1.** Lambe et al (1997).



En la **figura 1** se presenta el experimento mediante el cual Darcy fundamentó su ley. ¿Qué variables utilizó? ¿Qué material poroso fue el que propuso? ¿Qué velocidad de flujo aplicó? Y por qué o para qué lo hizo. ¿Cómo influye la permeabilidad en la Ley de Darcy?

Esta ley queda matemáticamente de la siguiente manera donde se describen las variables utilizadas:

$$u = K \frac{(-\Delta P)}{l}$$

Donde:

$-\Delta P$  = caída de presión a través del lecho

$l$  = Es el espesor del lecho

$u$  = Es la velocidad de flujo del fluido, definida como  $\left(\frac{1}{A}\right)\left(\frac{dV}{dt}\right)$ .

$A$  = Es el área total de la sección transversal del lecho.

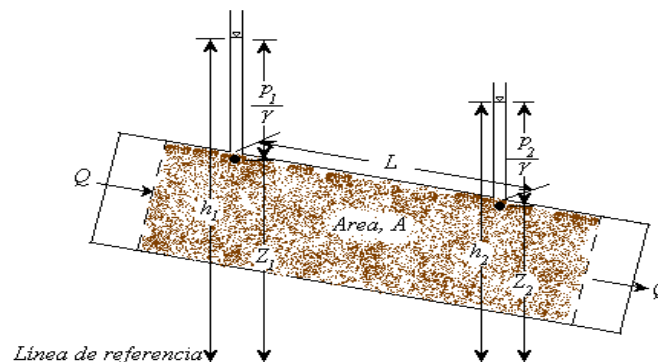
$V$  = es el volumen de flujo que fluye en un tiempo  $t$

$K$  = es una constante que depende de las propiedades físicas del lecho y del fluido.

La relación lineal que existe entre la velocidad de flujo y la diferencia de presiones conduce a suponer que el flujo era laminar. Esto era de esperar puesto que el número de Reynolds para el flujo a través de los intersticios de un material granular es bajo, ya que tanto la velocidad de flujo como la anchura de los canales son normalmente pequeñas. La resistencia al flujo es debida entonces principalmente al rozamiento viscoso. La ecuación anterior puede expresarse por tanto como:

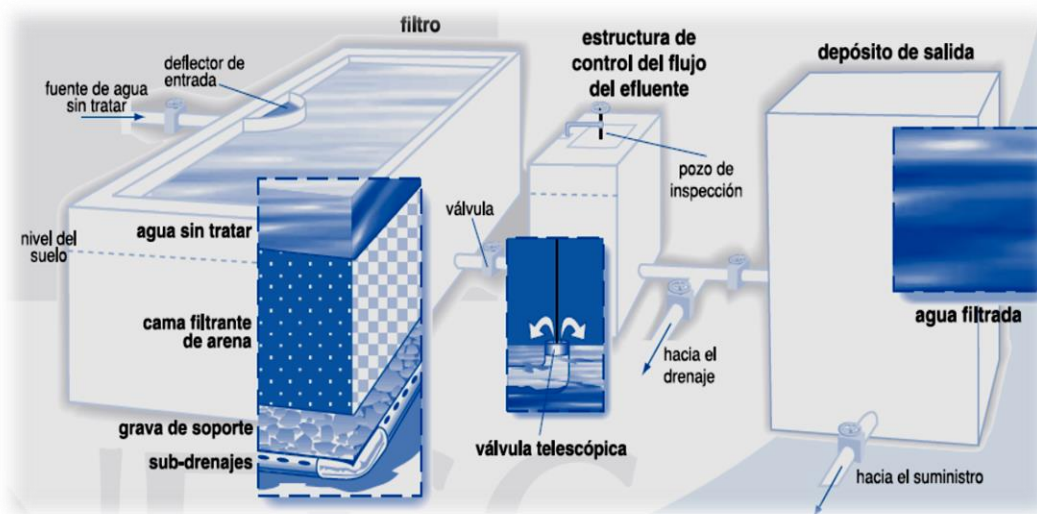
$$u = \frac{K(-\Delta P)}{l} = B \frac{(-\Delta P)}{\mu l}$$

Es de suma importancia mencionar que la **permeabilidad** (Navío y Nur, 1997) es una constante que depende de las características de cada material utilizado. Un ejemplo claro es la arena con la que trabajó Darcy para el diseño de los filtros, el valor de la permeabilidad se deduce al determinar la relación entre la velocidad de movimiento de un fluido y la pérdida de carga (variación de presión) tal como se puede observar en la siguiente **figura 2**.



**Figura 2.** Aparato experimental de Darcy modificado  
Escobar, (2000).

Por ejemplo, la filtración lenta la cual es una operación unitaria que representa el sistema de tratamiento de agua más antiguo del mundo. Hoy en día es un método que permite filtrar sistemas pequeños con agua de baja turbidez, en la que podemos observar filtros de arena con determinado tipo de porosidad, así como la velocidad a la que atraviesa el agua y como la carga (observa la **figura 3** de un filtro lento de arena).



**Figura 3.** Filtro lento de arena  
(National Environmental Services Center, 2012).

En la figura del filtro lento de arena puedes observar un proceso de filtro de arena en el que en una cama filtrante de arena tradicional, se realiza la potabilización del agua por un flujo descendiente a través de un lecho de arena, donde se produce un proceso



extremadamente complejo que comprende operaciones unitarias en las que podemos mencionar el tamizado, sedimentación, adsorción, oxidación, la acción bacteriana y los conceptos relacionados con la Ley de Darcy los cuales son porosidad, tamaño de partícula, flujo y caudal, así como el área de este proceso.

El agua se va a tratar en el volumen del líquido que se encuentra encima del lecho filtrante que aguarda su paso por el lecho de arena que se tiene en espera según la velocidad de filtración. En este fenómeno existe un flujo que pasará por un medio poroso que permitirá la filtración.

Recuerda que la filtración es una operación unitaria en la que el componente sólido insoluble de una suspensión sólido – líquida se separa del componente líquido haciendo pasar este último por una membrana porosa la cual retiene a los sólidos.

¿Cuáles son los factores que afectan el coeficiente de permeabilidad? ¿En qué consisten? ¿En qué procesos intervienen y qué características deben de identificarse en cada proceso para utilizarse? Un lecho de partículas se considera estacionario cuando todas sus características no varían, el flujo de una sola fase a través de una columna de partículas sólidas varía debido a sus características. Por tal motivo es necesario conocer la porosidad y su relación con la ley de Darcy.

### 1.1.2. Definición de porosidad

La porosidad del lecho se refiere a los espacios vacíos existentes dentro del lecho. Los aspectos que tienen mayor influencia sobre la porosidad del lecho son: la rugosidad de las paredes de la columna, el tamaño, la forma y la rugosidad de las partículas, la relación existente entre el diámetro de la partícula y el diámetro del lecho.

$$\varepsilon = \frac{\text{Volumen del lecho} - \text{volumen de las partículas}}{\text{volumen de lecho}}$$

El lecho de partícula no es siempre compacto, si no que existen zonas libres de partícula, definiendo la porosidad del lecho o fracción de huecos como el volumen del lecho no ocupado por el material sólido. Gracias a la porosidad del lecho, la superficie específica y de partícula no coincide, si no que están relacionados.

Cuando se estudia el movimiento de un fluido de lechos porosos experimentalmente y macroscópicamente es necesario hablar de la relación que existe entre la permeabilidad y la porosidad debido a que la permeabilidad es la capacidad que tiene un material de permitir el flujo de un fluido a través de los poros interconectados, si no existieran la



porosidad del lecho no hay permeabilidad por lo tanto la permeabilidad depende de la porosidad y con ello se depende del grado de compactación del material. Es importante recordar que la permeabilidad aumenta con la porosidad.

La permeabilidad se ve afectada por diversos factores inherentes tanto al suelo como a características del fluido que fluye, entre las cuales podemos encontrar

- La porosidad
- La tortuosidad de los vacíos del suelo
- La relación de vacíos del suelo
- La temperatura del fluido y suelo
- La viscosidad del fluido en movimiento
- La fuerza de superficie

La fuerza de superficie porosa determina la fuerza de atracción entre las moléculas del fluido y las partículas de suelo; la porosidad y la relación de vacíos, que son los principales parámetros con los que se ha relacionado el valor de la permeabilidad en las expresiones existentes para su determinación.

Se considera que la cantidad de espacios vacíos que tenga el suelo determinan en gran medida el valor de su permeabilidad, otro factor importante es la tortuosidad de los canales de la superficie, ya que un fluido circula con mayor rapidez por un canal uniforme que por otro que presenta la tortuosidad, a pesar de que su tamaño o espacio vacío sea el mismo.

Las características del fluido también influyen sobre el valor de la permeabilidad, por ejemplo, la temperatura del fluido se ve directamente relacionada con la viscosidad.

La fuerza de la superficie o resistencia que ofrece el lecho al flujo del fluido es debida principalmente a rozamientos viscosos. Por lo que la ecuación anterior de la a ley de Darcy se puede expresar de la siguiente forma:

$$u = \frac{1}{\alpha} \frac{(-\Delta P)}{nL}$$

Donde la variable  $n$  es la viscosidad del fluido, mientras que la constante  $\frac{1}{\alpha}$  recibe el nombre de coeficiente de permeabilidad.



La unidad de la permeabilidad es el Darcy, que se define como la permeabilidad de un medio poroso al flujo viscosos para el paso de 1 ml/ (s.cm<sup>2</sup>) de un líquido con una viscosidad de 1 centiPoise, bajo una caída de presión de 1 atm/cm (Ibarz, et al. 2005).

La porosidad es una característica de los materiales usados para crear los filtros dentro de tubos como lo mencionábamos en el tema anterior, los cuales pueden ser de arena, o alguna arcilla. En la **figura 4** podemos observar algunos pequeños trozos de arena. Identifica las partículas y los espacios vacíos, así como la diferencia que hay entre cada material.



**Figura 4.** Porosidad de partículas  
(Centro Tuna de Cerámica Contemporánea, 2012).

### 1.1.3. Definición de superficie específica de partícula

Para profundizar más sobre este tema ¿Cómo determinas el diámetro de los poros? Para responder esta pregunta es primordial recordar la estrecha relación que existe entre la porosidad con la masa sólida y el factor geométrico para indicar la densidad del flujo por unidad de área.

La superficie específica y la porosidad de un material y los espacios vacíos que existen en ese material (poros), es importante reconocer que la estructura general de un lecho de partículas puede caracterizarse a menudo por medio del área de la superficie de lecho (SB) y de la fracción de huecos (Coulson et. al. 2003).

Dónde:

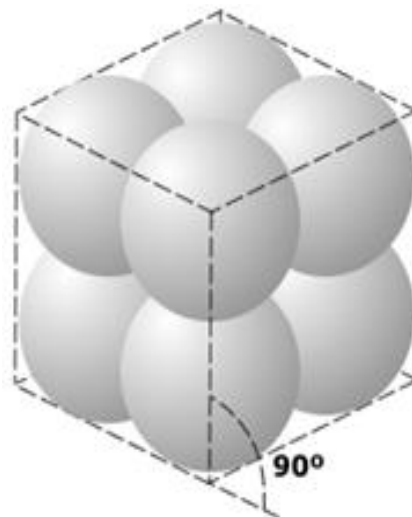


$S_B$  = Es el área de superficie presentada al fluido por unidad de volumen del lecho cuando las partículas forman el relleno del mismo. Sus unidades están en (longitud<sup>-1</sup>).

$e$  = Es la fracción del volumen del lecho no ocupada por material sólido denominándose fracción de huecos o porosidad. Adimensional. Este valor es la fracción volumen del lecho ocupado por material sólido y se representa  $(1 - e)$

$S$  = Es el área de la superficie específica de las partículas y es igual al área de la superficie de una partícula dividida por su volumen. Sus unidades son (longitud<sup>-1</sup>) para una esfera, por ejemplo,

Para tener una mejor idea de porosidad imagina que un medio poroso o una caja se encuentran compuestos por pequeñas pelotas de tenis de un cierto radio (R) del mismo tamaño; puede ser una roca de grava, estas esferas o pelotas son colocadas en un cubo de tal forma que están encimadas en el cubo como se puede observar en la **figura 5** del arreglo cúbico.



**Figura 5.** Arreglo cúbico de poros  
(Comunidad Petrolera, 2003).

#### 1.1.4. Definición de superficie específica de lecho

La superficie específica de lecho se caracteriza por determinar una propiedad específica de los sólidos, la cual es la relación entre el área superficial total y la masa del sólido. La superficie específica se puede determinar de una manera similar a partir de conocer la distribución de los tamaños de partículas y realizando alguna suposición sobre la forma de las partículas



Un medio poroso se caracteriza por su geometría, sin embargo, no es posible definirla en el caso de un medio poroso natural. La porosidad es la fracción de volumen vacío, la cual varía desde 0.05 para medios muy compactos a 0.26 para un apilamiento hexagonal compacto de esferas rígidas de mismo diámetro, cabe señalar que la porosidad presenta características tales como distribución de tamaño de poro y la tortuosidad.

La superficie específica de lecho ( $a_s$ ):

$$a_s = \frac{\text{Area presentada al fluido}}{\text{volumen de lecho}}$$

Las variables que se deberán de considerar para un lecho son el número de canales por metro cuadrado de sección transversal, número total de canales de lecho, área interfacial de un canal, área interfacial del lecho volumen del lecho y el volumen de lecho ocupado por las partículas

|                                                               |                                                                        |
|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $n'$                                                          | Número de canales por metro cuadrado de sección transversal del lecho. |
| $n = n' \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2$                        | Número total de canales del lecho                                      |
| $\pi \cdot D_e \cdot L'$                                      | Área interfacial de un canal                                           |
| $(n' \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2) (\pi \cdot D_e \cdot L')$ | Área interfacial                                                       |
| $V_L = \frac{\pi}{4} D^2 L$                                   | Volumen del lecho ( $V_L$ )                                            |
| $V_L(1 - \epsilon)$                                           | Volumen de lecho ocupado por las partículas                            |

Las características de que afectan la transferencia de movimiento de fluidos se encuentran con la superficie específica, la cual nos indica que por cada partícula se obtiene una superficie el cual corresponde a la relaciona área volumen entre las partículas que son debidamente acomodadas en el lecho.

### 1.1.5. Definición de velocidad superficial

La porosidad se puede ver afectada por algunos factores que son determinantes durante el paso del fluido por el material poroso, entre los que podemos mencionar son debido al



tipo de empaque, la presencia de material cementante, la geometría y distribución del tamaño de los granos, la presión de las capas subyacentes.

Si poseemos un medio poroso compuesto por esferas del mismo tamaño, lo cuales se encuentran dispuestos formando un arreglo cubico, la porosidad es de un porcentaje aproximado de 46.64% y si se cambia el arreglo de las esferas en el mismo empaque cada arreglo presentara una porosidad distinta debido a el tipo de empaque que se tenga.

En el material poroso la presencia de un material cementante, este tipo de material afecta la firmeza y compactación de la roca, por lo tanto, afecta la porosidad de esta, a medida que aumenta la cantidad de material la porosidad del sistema disminuye, debido a que este material se aloja en los espacios vacío o huecos donde se acumularía el fluido. Es importante mencionar el papel de la geometría del medio poroso depende del ambiente de cómo se encuentran depositados las esferas dentro del medio poroso, así como la distribución en su tamaño, esta variación en el tamaño de los granos se conoce como escogimiento y es un factor que afecta la porosidad del medio.

Otro de los factores que afecta la porosidad es la compactación debido a la presión sobre la carga, la cual es ejercida por el peso de las capas o esferas que se encuentran encima de los espacios vacíos y sobre las otras esferas. A medida que aumenta la profundidad, la presión ejercida por la columna de sedimentos aumenta, esto genera una fuerza que tiene a deformar los granos reducir el volumen de espacios vacíos, por lo tanto, se origina una reducción en la porosidad.

Como te habrás dado cuenta el experimento de Darcy se fundamenta en el flujo de las partículas porosas. Estas ocupan un espacio específico, con volumen y características propias.

La superficie específica de partícula es también llamada área superficial específica, puede ser referida a todo el lecho a la partícula para el lecho ( $a_s$ ) la cual es definida como el área de la superficie de lecho que se encuentra presenta en una unidad de volumen del lecho.

Y se representa matemáticamente para el área del fluido.

$$a_s = \frac{\text{Area presentada al fluido}}{\text{Volumna del lecho}}$$

Para el área superficial específica de las partículas se utiliza la siguiente expresión donde se relaciona ( $a_{s0}$ ) el área de la superficie y su volumen.



$$a_{so} = \frac{\text{Area de partícula}}{\text{Volumen de la partícula.}}$$

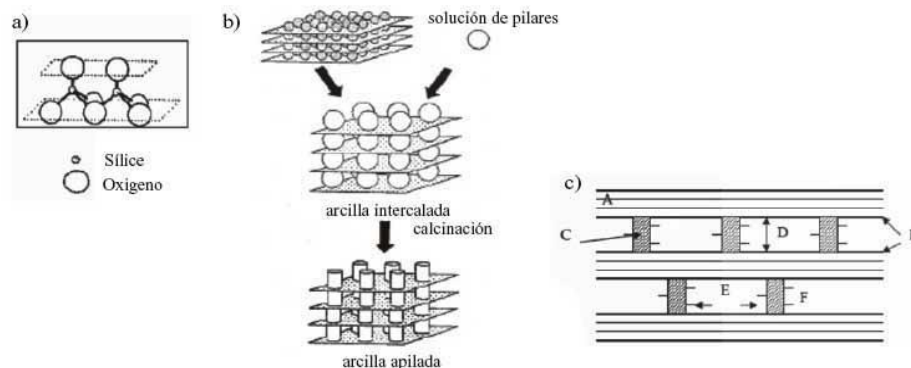
En el caso de una partícula esférica de diámetro ( $d$ ) la superficie específica de partícula es  $a_{so} = 6/d$  cuando las partículas no son esféricas, se define un diámetro equivalente de partícula como el diámetro que posee una esfera cuya relación área superficial a su volumen fuese la misma que la que posee la partícula. Este diámetro equivale a esta relación con, mediante un factor de tal forma que:

$$d_p = \tau d_t$$

En la que  $\tau$  es el denominado factor de forma o esfericidad que depende directamente de la partícula (Ibarz, et al 2005). La superficie específica y la porosidad,  $S$  y  $e$  son magnitudes fácilmente medibles, haciéndose realizados intentos para obtener expresiones que las relacionen con la caída de presión a través de un lecho y con la velocidad de flujo a través de los rellenos

Un ejemplo que podríamos mencionar son las arcillas que poseen una elevada superficie específica, con alta estabilidad térmica, una gran porosidad muy importante para ciertos usos industriales en los que podemos mencionar la operación de adsorción, catálisis, reacciones de hidrogenación y combustión catalítica en los que la interacción sólido-fluido depende directamente de esta propiedad.

En la siguiente **figura 6** puedes observar las arcillas que son materiales utilizados en procesos industriales por sus propiedades texturales de acidez e intercambio iónico, todo ello aunado a la abundancia y bajo costo de la arcilla lo cual la convierte en un material adecuado para ser usado todavía en muchos procesos de adsorción.





**Figura 6.** Superficie específica de arcillas  
Picasso, et al. (2008).

A continuación, se muestran algunos ejemplos de superficies específicas de arcillas:

- Caolinita de elevada cristalinidad hasta 15 m<sup>2</sup>/g
- Caolinita de baja cristalinidad hasta 50 m<sup>2</sup>/g
- Halloisita hasta 60 m<sup>2</sup>/g
- Illita hasta 50 m<sup>2</sup>/g
- Montmorillonita 80-300 m<sup>2</sup>/g
- Sepiolita 100-240 m<sup>2</sup>/g
- Paligorskita 100-200 m<sup>2</sup>/g

La superficie específica la puedes calcular usando una ecuación donde existe una relación entre el área de la superficie de la partícula y su volumen representado con la siguiente ecuación:

$$a_{so} = \frac{\text{Área de la Partícula}}{\text{Volumen de Partícula}}$$

Ahora preguntémosnos: ¿cómo se le nombra al espacio entre partículas? Se le llama superficie específica de lecho. ¿Cómo se le define? ¿Para qué nos sirve identificarlo, deducirlo y aplicarlo?

Ya nos referimos a la superficie específica de partícula, pero también existe una superficie específica de lecho en la cual se relaciona el área de la superficie de lecho al representa al fluido por unidad de volumen. Su ecuación es:

$$a_s = \frac{\text{Área presentada al fluido}}{\text{Volumen del lecho}}$$

Ya hablamos de la porosidad, de la permeabilidad, y de las superficies que están presentes entre las partículas, tanto en la superficie específica de partícula o de lecho. Ahora hablemos de la velocidad del flujo que las atraviesa (Coulson, et al, 2003).

La velocidad superficial se expresa en la siguiente ecuación:

$$VA = (Up)(Ap)$$



$$Q_{Seccion\ vacia} = Q_{Area\ libre}$$

Donde:

$V$  = Velocidad superficial

$A$  = Area de lecho

$U_p$  = Es la velocidad interseccional

$A_p$  = Area negra



Para conocer más sobre el tema te invito a revisar en el libro de Ibarz, et. al. (2005), estos autores relacionan en una expresión matemática la superficie específica con el área de la partícula y el volumen de partícula.

Para concluir este tema, es necesario que reconozcas que las operaciones unitarias son importantes porque nos permiten conocer fenómenos que existen en la industria, por lo que se han convertido en una herramienta valiosa para la sociedad.

Como se ha mencionado durante el desarrollo de la unidad, las variables que intervienen en las operaciones unitarias cambian de acuerdo con el tipo de material poroso utilizado, debido a la porosidad, permeabilidad y tamaño de partícula. Es relevante conocer estas variables para identificar el modelo matemático que nos será de utilidad para la solución de problemas.

Los términos relacionados con permeabilidad, huecos o poros nos permitieron conocer mejor el flujo de un fluido en los materiales utilizados en un filtro, y también determinan matemáticamente su cálculo.

Sin duda, las ventajas de las operaciones unitarias no sólo se limitan al aspecto ingenieril, sino también al desarrollo de diversas áreas industriales, tales como la farmacéutica, la alimentaria, la de cosméticos, la petroquímica y la biotecnología entre otras.

## 1.2. Ecuaciones para el flujo a través de lechos porosos



Ahora conoceremos las ecuaciones para el flujo a través de lechos porosos. ¿Cómo se mide la presión que ejerce el fluido al atravesar el lecho poroso? ¿Cómo se comportan las partículas al ser atravesadas por un fluido?

¿Qué presión ejercen los fluidos que cruzan por un río?, ¿Será la misma presión que se ejerce en un canal del desagüe, y ésta tendrá algo que ver con la presión que se ejerce en un popote al tomar una malteada?

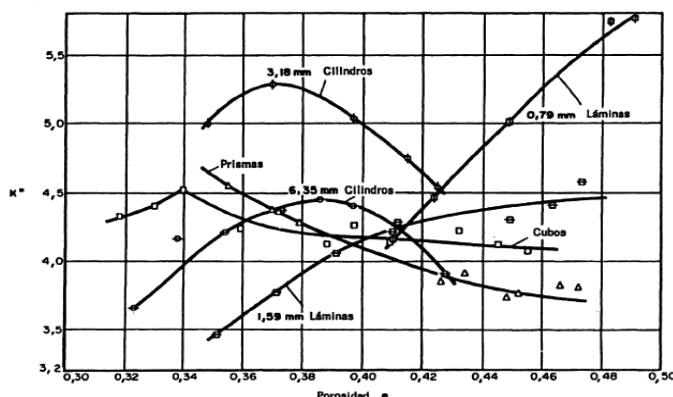
Tomando como base los fundamentos de la Ley de Darcy ahora conocerás las ecuaciones que te permitirán distinguir entre el flujo laminar y turbulento de manera independiente. Para más adelante saber cómo interactúan en un flujo global, así como las variables que participan en cada sistema.

### 1.2.1. Ecuación de Konezy- Karman (régimen laminar)

Recordemos que en Fenómenos de Transporte se abordó la ecuación de Navier-Stokes, que es la ley fundamental que describe la dinámica de fluidos newtonianos, así como las leyes de conservación de masa. Esta ley se aplica a fluidos reales, sin embargo, no es aplicable para describir la dinámica de fluidos que atraviesan a medios porosos por lo que debemos tomar en cuenta lo huecos del medio poroso.

Como se explicó en la Ley de Darcy la presión es una variable determinante para la velocidad de flujo laminar que es un movimiento de un fluido cuando este es laminar por presentar un flujo ordenado; este fluido laminar se mueve en formas de láminas paralelas sin entremezclarse y cada partícula de fluido sigue una trayectoria suave (línea de corriente).

Es por ello por lo que existe una expresión matemática que describe el flujo a través de lechos porosos.





**Figura 7.** Variación de la constante de K' de Konezy con la Porosidad.  
Coulson, et. al. (2003).

En la variación de la constante de K (ver **figura 7**), encontrarás una gráfica de valores de la constante de K para valores de partículas de muchos tamaños y formas diferentes que incluyen prismas, cubos y láminas, algunos valores de esta constante K entre los que se observan valores entre 3 o 6 extremos que corresponden a láminas delgadas; estos datos son de utilidad para desarrollar ejemplos con la ecuación de Konezy.

La ecuación propuesta por Konezy involucra la permeabilidad k con propiedades físicas del medio poroso, tales como:

- La porosidad
- La superficie específica de poro
- Y un parámetro empírico C con un valor cercano a 0.2.

Tomando en cuenta el factor de esfericidad y considerando el valor propuesto por Konezy de 25/ 6 que se sustituye en la ecuación, obtenemos la ecuación de Konezy- Karman para flujo laminar.

$$-\frac{\Delta P^+}{L} = \frac{150 ([1 - \varepsilon])^2}{\varepsilon ([d_p \phi_s])^2} \dots\dots\dots \text{ecuación Konezy Karman}$$

Dónde:

$L$  = *Espesor de lecho*

$\varepsilon$  = *porosidad*

$\Delta P$  = *caída de la presión*

$d_p$  = *diámetro equivalente de una canal*

Los medios porosos son de gran utilidad en la filtración donde el fluido atraviesa la masa de partículas depositadas en el medio filtrante o también en proceso tales como la destilación, absorción, adsorción, intercambio iónico donde el fluido de dicho lecho de partículas sólidas son atravesadas y no cambian sus condiciones.



### 1.2.1. Ecuación de Burke- Plummer (régimen turbulento)

El flujo turbulento es más comúnmente desarrollado debido a que la naturaleza tiende al desorden y esto en términos de flujos significa tendencia a la turbulencia, este tipo de flujos se caracterizan por sus trayectorias en forma circular cuando las velocidades de flujo son altas o sus fuerzas de viscosidad son muy pequeñas.

La turbulencia se origina por la presencia de paredes que se encuentran en contacto con el fluido o por la existencia de capas que se mueven a diferentes velocidades, donde también existen pérdida de presión en este caso debida principalmente a efectos cinéticos asociados con remolinos, cambios de dirección, contracciones. Para flujos altamente turbulentos, que solo se pueden dar en canales de mayor diámetro, el factor de fricción, ( $f$ ), depende directamente de la rugosidad y no del número de Reynolds, por lo que tendería a ser constante como sucede en tubo.

En un proceso industrial nunca vas a tener un flujo ideal, es decir, las condiciones de un tubo nunca dejarán de presentar interferencias y/o fricciones, sino que cada flujo tendrá sus particularidades. ¿De qué manera influye la fricción en un fluido? ¿Por qué se tiene que considerar la presión que se ejerce en un tubo?

El fluido al pasar por un tubo o pared sufre una fuerza de fricción la cual se debe al contacto de dos superficies, dicha fuerza se opone al movimiento entre ambas superficies (fuerza de fricción), se debe a las imperfecciones, cuya gran mayoría son microscópicas, entre las superficies en contacto.

Imagínate un flujo estacionarios de un fluido con densidad constante en donde cada uno de estos dos sistemas el fluido circula por una conducción recta de sección uniforme, o en su caso el fluido circula alrededor de un objeto sumergido que tiene un eje o un plano de simetría paralelo a la velocidad de aproximación del fluido, el fluido ejercerá sobre las superficies solidad a una fuerza que puede desdoblarse en dos, la fuerza que ejercerá el fluido aunque estuviera en reposo y fuerza adicional relacionada con el comportamiento cinético del fluido.

Las pérdidas de fricción en tuberías son muy sensibles a los cambios de diámetro y rugosidad de las paredes, para un caudal determinado y un factor de fricción fijo, la pérdida de presión por metro de tubería varía inversamente a la quinta potencia del diámetro.



Para aclarar estas dudas te invito a revisar el tema 9.4.2 relativo al régimen turbulento, Ecuación de Burke- Plummer del libro de Ibarz, et al. (2005). Conocerás más a fondo dónde se relacionan estas ecuaciones y con qué variables.

Imagínate que estás en una planta de tratamiento de aguas negras en la cual existen filtros de carbón activado por medio de los cuales atraviesan las aguas para limpiarse y el flujo presentará desviaciones debido al coque del carbón o las paredes. Esta fricción generaría que el flujo variara en velocidad y se incrementaría la presión en los tubos. ¿Cómo saber qué fricción del flujo se está ejerciendo? ¿Qué ocurriría si cometemos un error en el cálculo de la presión? ¿Qué variables integran esta ecuación? ¿En qué operaciones unitarias se utiliza esta ecuación?

La ecuación que describe este proceso de régimen turbulento es

$$-\frac{\Delta P}{L} = 3f \frac{\rho(1-\varepsilon)u^{+2}}{\varphi_s d_p \varepsilon^3} = 1.75 \frac{\rho(1-\varepsilon)^{+2}}{\varphi_s d_p \varepsilon^3} \dots \text{Ecuación de Burke-Plummer}$$

Donde:

$L$  = espesor de lecho.

$\varepsilon$  = porosidad

$\Delta P$  = caída de la presión

$d_p$  = diámetro equivalente de una canal

$\rho$  = densidad

$\varphi_s = \Delta$

$f$  = factor de fricción



Para conocer más sobre este tema te invito a que leas el artículo titulado *Secado de granos, pérdida de presión en lecho surtidor* de Condorhuamán, C. (2002), en este artículo se presentan ambas ecuaciones de manera independiente, y explican sus diferencias y cuáles son sus bases fundamentales.

En los temas anteriores se han obtenido ecuaciones para el flujo laminar y turbulento de manera independiente y ahora es conveniente obtener una sola ecuación que puede permitir el uso de los dos tipos de circulación a la vez. ¿Para qué nos sirve esto la ecuación de Burke-Plummer?

La ecuación de Burke –Plummer es utilizada para el régimen turbulento, incluyendo el factor de fricción el cual es prácticamente constante, por lo tanto, mayor será el valor de la rugosidad apoyándose de la siguiente ecuación:

$$f = \frac{16}{Re} \frac{25}{6} \frac{1}{2} + \frac{1.75}{3}$$

Dónde:

$\frac{16}{Re}$  = ecuación de Hagen Poiseuille

$\frac{25}{6}$  = constante de Kozeny

$\frac{1}{2}$  = inverso de la constante de Fanning

$f$  = factor de fricción.

Cuando un fluido circula en flujo turbulento el factor de fricción es prácticamente constante, tanto más cuando mayor es la rugosidad para dicha ecuación se utiliza el valor experimental de número de Reynolds mayor de 1000.

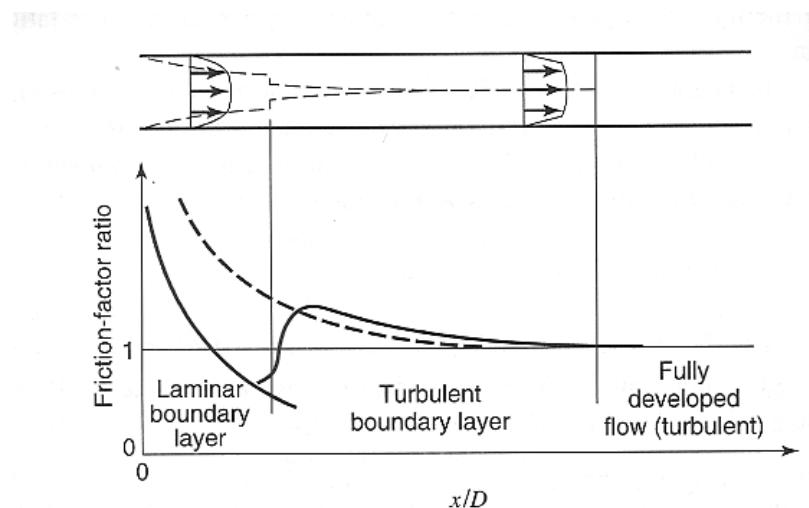
### 1.2.3. Ecuación de Ergun y de Chilton- Colburn (flujo global laminar- turbulento)

En la industria existen operaciones unitarias en las que pueden intervenir dos flujos al mismo tiempo, cada uno con características propias. Un ejemplo de ellos podrían ser los reactores catalíticos que se usan en la industria farmacéutica para obtener glicerina.



Utilizamos estas ecuaciones para describir una variable más. ¿Cómo se deduce esto?  
¿Para qué nos sirve? ¿En qué otros procesos podrían ser aplicable este par de ecuaciones?

En la ingeniería existen operaciones unitarias en las que intervienen las ecuaciones de Konezy- Karman y Burke- Plummer, tales como en una columna de lecho en la que existe una pérdida de presión y como resultado hace fluir aire a través de una columna de lecho cargada de granos en la que se relacionan los dos tipos de flujos (laminar y turbulento), así como las variables de diámetro, porosidad y superficie específica.



**Figura 8.** Régimen laminar y turbulento en fluidización. Frank, et. al. (1999).

El movimiento del fluido se clasifica de muchas maneras, según diferentes criterios y según sus diferentes características.

En el flujo turbulento las partículas se mueven en trayectorias dispersas, es decir en trayectorias muy irregulares sin seguir un orden establecido, ocasionando la transferencia de la cantidad de movimiento de una porción de fluido, las partículas en este comportamiento pueden tener tamaños que van desde muy pequeñas, del orden de cuantos de millares de moléculas dentro de un río o una ráfaga de viento.

El flujo laminar en un fluido se caracteriza por que el movimiento de las partículas del fluido se produce siguiendo trayectorias bastante regulares, separadas y perfectamente definidas dando la impresión de láminas o capas o menos paralelas entre sí, las cuales se deslizan suavemente unas sobre otras sin que existan mezclas macroscópicas.



Hasta ahora se han obtenido ecuaciones para la circulación en régimen laminar y turbulento, por separado con la ecuación de Konezy-Karman y Burke-Plummer en régimen laminar y turbulento respectivamente, por lo que fue pertinente y conveniente obtener una sola ecuación que pueda utilizar para ambos regímenes de circulación a la vez.

Los fluidos se encuentran en constante movimiento (recuerda que un fluido es una sustancia capaz de cambiar de forma bajo la acción de una fuerza rasante) y se puede presentar en dos formas: como flujo laminar y flujo turbulento. Un flujo laminar tiene como principal característica que se desplaza en trayectorias paralelas, formando así en un conjunto capas o laminar, este fluido se mueve sin que exista mezcla significativa de partículas y se rige por la ley que relaciona la tensión cortante con la velocidad de deformación angular.

Por el contrario, el flujo turbulento es más comúnmente desarrollado y común porque en la naturaleza existe la tendencia al desorden y el flujo turbulento, como su nombre lo dice, tiende a la turbulencia. Dicho flujo se caracteriza por trayectorias circulares erráticas similares a los remolinos, se realiza cuando la velocidad del flujo es muy grande, o tienen una viscosidad muy pequeña. La turbulencia se puede originar por la presencia de paredes en contacto con el fluido o por la existencia de capas que se mueven a distintas velocidades.

Esta combinación lineal al unir las ecuaciones de Konezy-Karman y Burke-Plummer está representada por la ecuación matemática.

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = \alpha K'' \frac{(1-\varepsilon)^3}{\varepsilon^3 d^2 p} v + \frac{B' 3f(1-\varepsilon)\rho}{\varepsilon^3 dp} v^2 \quad \dots\dots\dots \text{Ecuación de Ergun y Chilton-Colburn}$$

Donde:

$L$  = espesor de lecho

$\varepsilon$  = porosidad

$\Delta P$  = caída de la presión

$dp$  = diámetro equivalente de una canal

$\rho$  = densidad

$\varphi_s = \Delta$

$K''$  = constante de Konezy

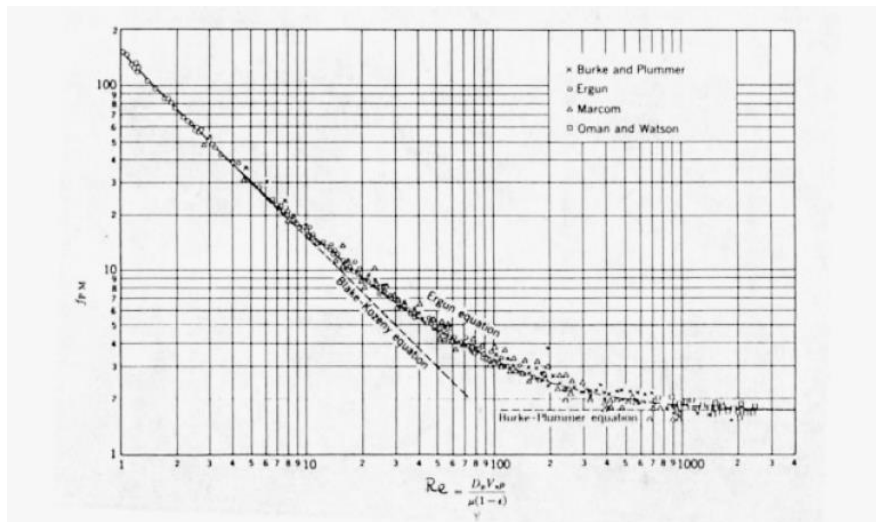
$\alpha$  = constante de experimentación



Cuando en una columna rellena de partículas circulan en contracorriente un gas con un líquido, es conveniente utilizar la denominada ecuación de Chilton Colburn que es una ecuación empírica basada en la de Fanning.



Para poder profundizar en este tema te invito revisar el artículo titulado *Caída de presión en lecho fijo de cubos de papa, remolacha y zanahoria considerando encogimiento* de Telis-Romero, et al. (2003), la lectura te ayudara a ampliar tus conocimientos sobre la ecuación de Ergun y Chilton-Colburn en un lecho fijo. En el Identificaras las operaciones unitarias que hasta ahora ya conoces desde la Ley de Darcy hasta las ecuaciones de flujo global.



**Figura 9.** Representación gráfica de las ecuaciones de Ergun mostrando sus asíntotas con la ecuación de Blanck Konezy y Burke- Plummer, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Chile (2003).

Para afianzar este tema, es importante que hayas identificado las diferencias entre flujos laminares y turbulentos, para aplicar adecuadamente las ecuaciones propias de cada sistema, tales como son las de **Konezy Karman, Burke- Plummer y Ergun Chilton-Colburn**.

En la gráfica anterior (**figura 9**) puedes observar que los flujos que estudiaron **Konezy y Karman**, así como **Burke –Plummer y Ergun Chilton- Colburn** son completamente



diferentes y sus comportamientos se realizan de distinta forma, afectados por el tipo de flujo, la fricción y la tortuosidad.

Dichos científicos observaron y propusieron ecuaciones que permiten determinar variables de flujos en las cuales involucran variables diferentes comenzado por el tipo de flujo en el que se usa cada ecuación. Los términos relacionados con esfericidad, tamaño de partícula, diámetro, velocidad son propiedades que tomaron en cuenta para la deducción de ecuaciones que calculan la velocidad del flujo, por ejemplo, de un gas o un líquido. Estas ecuaciones son fundamentales en el diseño, construcción y manejo de equipos industriales, así como también son de utilidad en procesos químicos y en equipos de operación unitaria como evaporadores, reactores, filtros, sin olvidar su aplicación en el uso de catalizadores.

### 1.3. Fluidización

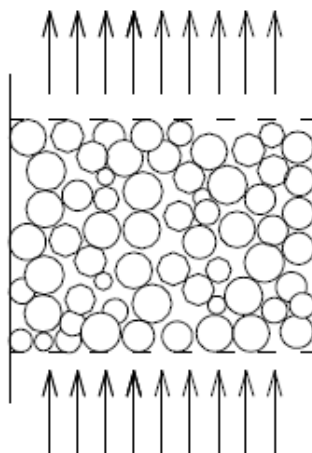
Imagínate una olla exprés a la que le agregas frijoles con una determinada temperatura. Al paso de unos minutos el agua se transforma en vapor caliente ejerciendo presión sobre la tapa; en algún momento los frijoles cambian de consistencia y quedan suspendidos en el agua. En este sencillo ejemplo intervienen variables que debemos considerar tales como: la presión, la porosidad de los frijoles, la altura de la olla y la velocidad del flujo de vapor de agua dentro de esa olla exprés. ¿Pero qué sucede dentro de esta olla exprés? Al calentarse el agua llega a un punto de ebullición tal, que comienza a burbujear, hay desprendimiento de vapor en la olla y se eleva la presión; es ahí cuando los frijoles se suspenden en la superficie.

En pocas palabras la fluidización ocurre cuando las partículas pequeñas se encuentran suspendidas por una corriente de un flujo que tiene una dirección vertical de abajo hacia arriba, venciendo el peso de dichas partículas. Cuando la velocidad del fluido debe ser lo suficientemente alta para poder suspender estas partículas, pero también debe ser una velocidad no tan grande para no provocar su expulsión de las partículas fuera del fluidizador. Las partículas sólidas rotan en el lecho a gran velocidad creando una mezcla perfecta, la fluidización es un proceso se realiza casi siempre un sólido y el medio que se fluidiza puede ser tanto líquido como gas. Las características y el comportamiento de un lecho fluidizado dependen fuertemente de las propiedades del sólido y del fluido.



Para saber más sobre qué es la fluidización, te invito a que leas el capítulo nueve *Flujo no Ideal* del libro de Levenspiel, O. (2005). La lectura te ayudara a ampliar los conceptos básicos de los componentes de la fluidización y su relación con las partículas.

Continuemos con este tema. Para explicar este proceso te pido imagines un tubo colocado de forma vertical de un ancho de 60 cm y un largo de 150 cm. relleno de partículas de un material que puede ser arena, grava, o algún tipo de arcilla (ver **figura 10**). Dentro de él pasa un fluido el cual tiende a ejercer un movimiento o vibraciones en las partículas; con el aumento del fluido la expansión continua alcanza un estado donde será posible soportar el peso de las partículas y la compresión debida. Es importante comentar que en este estado la presión a través del lecho es igual al peso del lecho por donde pasa el fluido (Dullien, 1992).



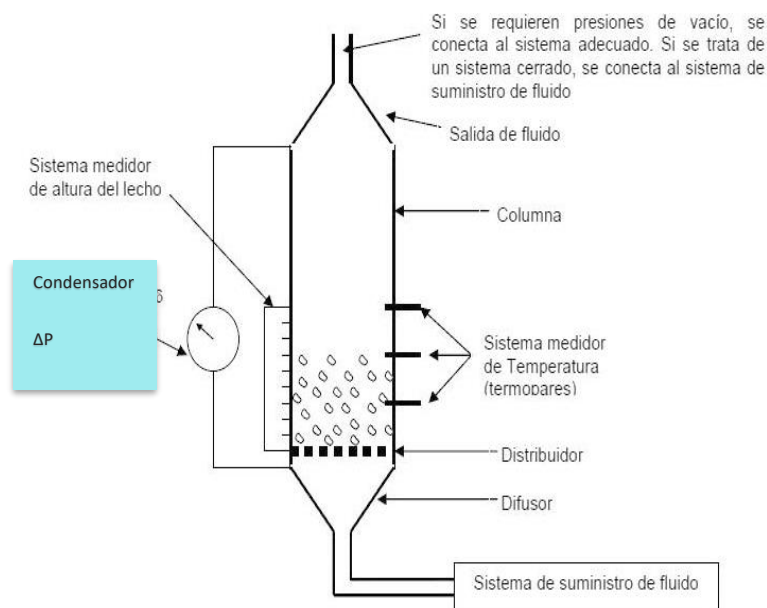
**Figura 10.** Lecho Fluidizado (Masciareli, et al., 2011)

Observa la **figura 11** del lecho fluidizado. Se ve que el fluido circula a través de canales pequeños, perdiendo energía al disminuir la presión del fluido.

Es de vital importancia describir un lecho fluidizado, el cual depende mucho del tipo de proceso que se realice y la aplicación que se le dará. Sin embargo, existen componentes en común los cuales mencionaremos a continuación:



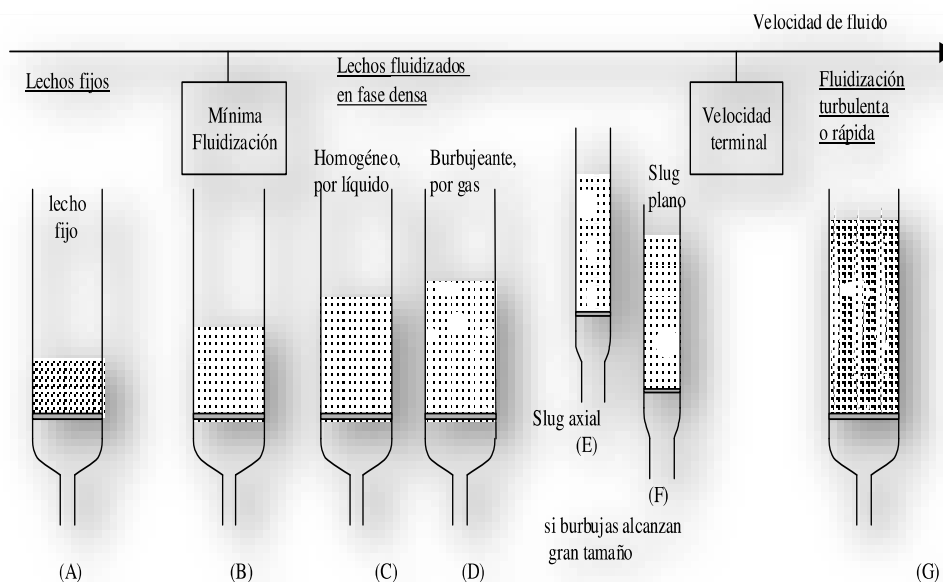
- a) Columna de fluidización: es un tubo largo por donde circula un fluido en el que hay partículas suspendidas por el fluido.
- b) Sección uniformadora: se trata de un cono difusor que existe con el objeto de obtener un perfil de velocidades deseado.
- c) Distribuidor: es una estructura en forma de placa con algunas perforaciones que permiten una homogénea distribución.
- d) Sistema de suministro de medición de presión: debe monitorearse la caída de presión en un lecho fluidizado.
- e) Sistema de suministro de fluido: es un sistema de válvulas que regulan el flujo, así como medidores calentadores y otros dispositivos que tienen como objeto proporcionar el fluido a las condiciones requeridas de presión y temperatura.
- f) Sistema de medición de temperatura; para monitorear las fluctuaciones de la temperatura.



**Figura 11.** Descripción de un Fluidizador (Patiño, 2010).

Es de importancia notable conocer los flujos más frecuentes en fluidización para poder definir qué tipo se requiere para determinado proceso. Podemos mencionar fluidización suave, con burbujeo turbulento, es conocido como *slugging*, este efecto consiste en la coalescencia de burbujas hasta que éstas ocupan toda la sección del lecho en una altura determinada.

Te pido observes la siguiente **figura 12**, en la cual puedes observar el comportamiento de los distintos tipos de fluidización en sus formas más comunes.



**Figura 12.** Régimen de fluidización. Poasada N.J (2013).

Debemos diferenciar entre estos tipos de régimen de fluidización. En la industria, de manera muy general, se clasifican en dos sistemas líquido–sólido y gas–líquido.

El sistema líquido–sólido tiene características muy particulares ya que permite que sea un sistema estable, el lecho es homogéneo y tiene una concentración uniforme de partícula. Podemos mencionar un reactor catalítico de lecho fluidizado. Es posible lograr este comportamiento utilizando gas, pero se requiere de ciertas condiciones especiales (Coulson, J.M et al, 2003).

El sistema gas–líquido, posee un lecho heterogéneo y tiene espacios vacíos (burbujas). Estas burbujas se forman en la parte inferior cerca de la entrada del fluido o, mejor dicho, muy cerca del distribuidor, y elevándose al subir el flujo, podemos mencionar la adsorción.



Para conocer más sobre fluidización, te invito a que leas el capítulo tres, titulado *Principios básicos de Fluidización* de Patiño, (2010). Esta lectura te ayudará a ampliar los conceptos básicos de los componentes del sistema de fluidización y su relación con las partículas, además podrás identificar en qué operaciones unitarias son utilizados



La fluidez de un líquido tiene sus principios en la movilidad de las partículas, las partículas sólidas de un sólido suficiente para que ganen esta movilidad, mediante el flujo constante de un líquido o un gas a una velocidad suficiente, cuando el líquidos tiene una pequeña velocidad, los intersticios entre las partículas ofrecen la suficiente resistencia para provocar una caída de presión, esta aumenta conforma a la velocidad del fluido se incrementa pero llega en un momento en que se iguala al paso de las partículas que comienzan a separarse unas de otras, flotando hidrodinámicamente o en estado fluidizado (Patiño, 2010).

El punto en donde comienza a suspenderse las partículas se le conoce como mínima fluidización.

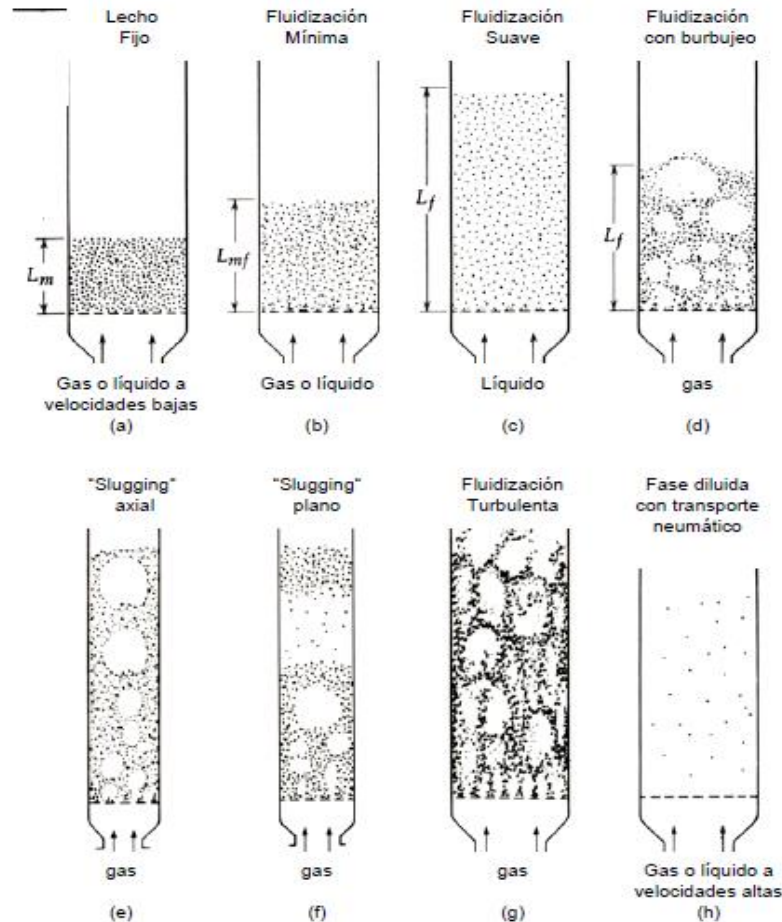
Un lecho fluidizado posee distintos componentes, pero o más importante es el tipo de fluidización que se realizará y cuál será su aplicación, pero es importante mencionar los componentes que son comunes en un lecho fluidizado (Patiño, 2010).

- Columna de fluidización; consiste en un tubo sobre el cual viajará el fluido que suspenderá las partículas.
- Sección uniformadora. Se trata de un difusor que existe con la finalidad de obtener un perfil de velocidad deseada.
- Distribución, consiste en una placa con algunas perforaciones, es un componente más importante, ya que su diseño impacta directamente en la calidad de la fluidización
- Sistema de suministro de fluido: consiste en un sistema de válvulas reguladoras de flujo, instrumentos medidores de flujo, calentadores y otros dispositivos con el objeto de proporcionar el fluido en las condiciones termodinámicas requeridas.
- Sistema de medición de presión en un lecho fluidizado.
- Sistema de medición de temperatura.

Es importante una vez que se tiene un lecho fluidización, reconocer que tipo de fluidización se trata, las formas descritas más comunes es fluidización suave, con burbujeo, turbulento con slugging axial y plano y de fase diluida con transporte.

### 1.3.1. Velocidad mínima

Observa la siguiente imagen donde se muestra el comportamiento de los tipos de fluidización



**Figura 13.** Régimen de fluidización. Levenspiel, et al (1991).

Observa la **imagen 13**. La velocidad del gas de fluidización es muy baja, no podrá contrarrestar el peso de las partículas y el lecho se comportará como un lecho fijo, para el inciso **b** es un lecho fluidizado donde la velocidad del gas es mínima y a partir de la cual el lecho se fluidiza.

En lechos donde las velocidades son mayores conducen una expansión del lecho, pudiéndose dar una fluidización homogénea inciso **c**, cuando se fluidiza con gas este comportamiento puede observarse solo en condiciones especiales.

Los lechos de gas –liquido presentan burbujas y canalización de gas cuando la velocidad se aumenta por encima la mínima fluidización inciso **d**. las burbujas pueden coalescer y crecer a medida que asciende por el lecho, y eventualmente pueden set los



suficientemente grandes como para expandir a lo ancho, si se trata de partículas pequeñas ellas fluyen hacia abajo en las cercanías de la pared.

El comportamiento característico de un lecho fluidizado se enfoca en dos parámetros importantes tales como la caída de presión del fluido que circula por el lecho para diferentes cantidades de flujo y la porosidad o los espacios vacíos a diferentes caudales de operación. La fluidización como cualquier proceso físico, presenta tanto ventajas como desventajas, la importancia de estudiar dichas consideraciones está en tratar de estudiar métodos para minimizar las desventajas y hacer del procedimiento de fluidización un recurso altamente eficiente.

Un lecho fluidizado posee grandes ventajas tales como un coeficiente de transferencia calor y masa rápido entre las superficies de las partículas, la pérdida de carga a través del lecho relativamente pequeña, directamente relacionada con la altura del lecho y la densidad de la partícula.

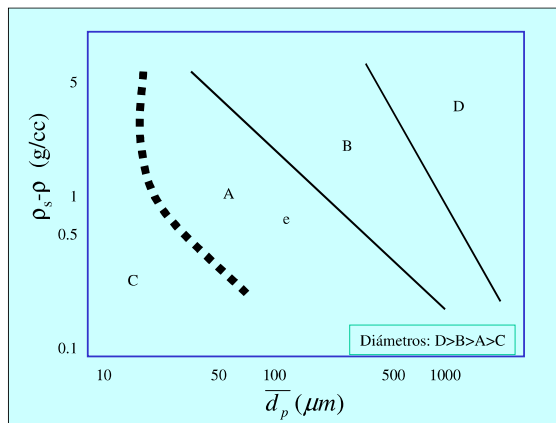
En la fluidización uno de los puntos más importantes para estudiar es la velocidad. La velocidad mínima de fluidización corresponde a aquella velocidad del fluido a partir de la cual las partículas se separan unas de otras y son mantenidas individualmente en suspensión. La correlación más utilizada para determinar dicha velocidad es la cual da la base de cálculo de la velocidad mínima de fluidización planteando que la pérdida de presión sea igual al valor del peso del lecho.

Pensemos en cualquier operación unitaria. En ella existe un lecho poroso donde intervienen diversos elementos. Retomemos el ejemplo de la olla exprés y la cocción de nuestros frijoles. Cuando éstos se encuentran suspendidos en el flujo de vapor, ahí se identifica la velocidad mínima de fluidización.



Para conocer más sobre fluidización, te invito a que leas el capítulo tres, titulado *Principios básicos de Fluidización* de Patiño, (2010). El cual te ayudara a conocer sobre las diferencias entre los distintos regímenes de fluidización y el movimiento de las partículas y donde podrás revisar las características de la velocidad mínima de fluidización.

En la **figura 14** se observa la clasificación de partículas que realizó Geldart quien las clasificó en cuatro grupos A, B, C y D según la densidad y tamaño de cada partícula; esta clasificación la llevó a cabo porque impacta en la velocidad de fluidización, así como en otros factores.



**Figura 14.** Clasificación de partícula  
Levenspiel, et al. (1980)

Es necesario comenzar la clasificación Geldart de las partículas. Geldart (1978) las clasificó mediante la observación de fluidizadores de algunos materiales.

### 1.3.2. Porosidad mínima

Retomemos el tema de velocidad mínima de fluidización. Considera un gas que se desplaza verticalmente hacia arriba a través de un lecho de partícula fina. Al aumentar la velocidad se alcanza un valor en el cual las partículas se mantienen en suspensión en la corriente y se dice que el lecho está fluidizado. A este fenómeno se le denomina velocidad mínima de fluidización, tal y como nuestros frijoles (Levenspiel, et al., 1980).

Regresando a la olla exprés y a la cocción de los frijoles, éstos representan partículas, las cuales poseen una porosidad mínima o es una en la fluidización identificada en los espacios entre cada frijol. Esto pasa cuando todavía no ocurre movimiento entre partículas, es decir, cuando no existe un flujo que genere movimiento entre los frijoles.



Para poder profundizar en este tema te invito a leer el capítulo tres titulado *Principios básicos de Fluidización* de Patiño, (2010), la lectura te ayudará a conocer más sobre el concepto de Porosidad Mínima en la Fluidización



iniciar la fluidización, el lecho se expande algo de su estado estático, antes de comenzar la fluidización verdadera, la porosidad aumenta respecto a la del lecho estático, la porosidad del lecho, cuando comienza la fluidización verdadera, recibe el nombre de porosidad mínima de fluidización y se designa por  $\varepsilon_M$ , la porosidad para distintos materiales depende de la forma y tamaño de las partículas y generalmente disminuye al aumentar el diámetro de estas.

Para determinar la porosidad mínima se utiliza una formula empírica:

$$\varepsilon_M = 1 - 0.356(\log D'_p - 1)$$

Donde:

$D'_p$  = *Diámetro de la partícula, micrones*

La porosidad se caracteriza principalmente por el tamaño de la partícula, o mejor dicho por el tamaño de poro de cada una de las partículas, en un lecho poroso está formado por un conjunto de partículas sólidas que dejan huecos o conductos entre sí, los cuales son ocupados por los fluidos, la porosidad del lecho se define como la relación existente entre el volumen de huecos y el volumen total del lecho, siempre siendo  $\varepsilon < 1$ .

### 1.3.3. Altura del lecho

Existe una relación entre la porosidad del lecho y la superficie específica del lecho y de la partícula, descrita por la siguiente ecuación para determinar la porosidad:

$$\frac{\Delta P}{L_H} = (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_L)g$$

Donde:

$\Delta P$  = *Caida de presión*

$L_H$  = *Atura de lecho*

$\varepsilon$  = *espesor*

$\rho_s$  = *densidad del sólido*

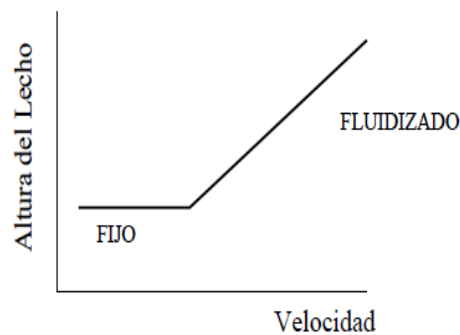
$\rho_L$  = *densidad del líquido*

$g$  = *gravedad*



Cuando la velocidad del fluido se aumenta sobre la mínima necesaria para la fluidización, el lecho se expande y aumenta la porosidad si el área de la sección transversal del recipiente varía con la altura.

Un punto importante para relacionar la velocidad mínima de evaporación y la porosidad mínima es la altura del lecho; pero ¿Qué es la altura del lecho? ¿Cómo se calcula el valor de altura de lecho?



**Figura 15.** Altura de lecho vs velocidad (Patiño, 2010).

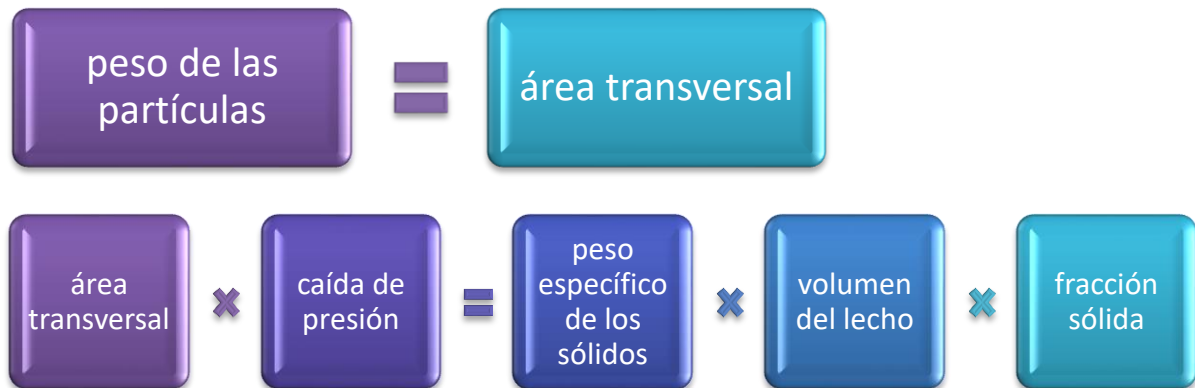
Observa la **figura 15** y te darás cuenta de que cuando el fluido alcanza la velocidad mínima de fluidización, entonces su altura comienza a cambiar; este fenómeno es una característica de los lechos fluidizados. Te comento que existen dos diferentes estados de lecho, fijo y fluidizado. Se le llama **lecho fijo** cuando la diferencia de presión con respecto a la velocidad está en valores menores que la velocidad mínima de fluidización. En estas condiciones, la altura del lecho permanece constante debido a que las partículas no han sido aún suspendidas. El **lecho fluidizado** se refiere al aumento de la velocidad del fluido, con lo cual se amplía la caída de presión y la fricción de las partículas individuales.

Una vez definidos estos conceptos de velocidad mínima de fluidización y porosidad mínima, así como la altura del lecho, presentaremos unas ecuaciones para determinar el valor de la velocidad mínima de fluidización.

Para calcular la velocidad mínima debemos tomar en cuenta los siguientes puntos:

#### **Ecuación de caída de presión contra velocidad.**

Al inicio de la fluidización cuando el peso de las partículas es igual por la caída de presión, recordemos que:



En otras palabras, la caída de presión:

$$(\Delta P_{LECHO})(A_{TRANS}) = (A_{TRANS})(L_{mf})(1 - \varepsilon_{mf}) \left[ (\rho_s - \rho_g) \frac{g}{g_c} \right] \dots\dots\dots (ec. 2)$$

Dónde:

$A_{TRANS}$  = Area transversal

$\Delta P_{LECHO}$  = caída de presión del lecho

$L_{mf}$  = Altura del lecho en condiciones de fluidización incipiente

$\varepsilon_{mf}$  = Porosidad del lecho en condiciones de fluidización incipiente

$\rho_s$  = Densidad de la partícula

$\rho_g$  = Densidad del gas.

Reordenando los términos de la ecuación de altura lecho:

$$\frac{\Delta P_{LECHO}}{L_{mf}} = (1 - \varepsilon_{mf}) \left[ (\rho_s - \rho_g) \frac{g}{g_c} \right] \dots\dots\dots (ec. 2)$$

Debemos primeramente conocer el valor de la porosidad y casi siempre se determina de manera experimental:

$$\frac{\Delta P}{L_{mf}} g_c = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\mu \cdot u_o}{(\phi_s d_p)} + 1.75 \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\rho_g u_o^2}{\phi_s d_p} \dots\dots\dots (ec. 2)$$

$\mu$  = viscosidad dinámica

$\phi_s$  = esfericidad



$u_o$  = velocidad del gas.

Si unimos las ecuaciones 1 y la 2 obtenemos y reordenamos, nos queda:

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 d_s} \left( \frac{d_p u_{mf} \rho_s}{\mu} \right) + 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \phi_s^2} \left[ \frac{d_p u_{mf} \rho_g}{\mu} \right] = \frac{d^3 \rho_g (\rho_s - \rho_g)}{\mu^2}$$



Para tener un mayor contexto del tema de la porosidad te invito a que revises las páginas el capítulo nueve de *modelos de lechos fluidizados* de Levenspiel, (2005), ahí conocerás un poco más la altura del lecho fluidizado.

### 1.3.4. Problemas resueltos

Un ejemplo de velocidad mínima de fluidización se observa la **figura 16** del fluidizador industrial el cual es un equipo utilizado para el proceso de alimentos para ser más específico ocupado para la elaboración de cítricos.



**Figura 16.** Fluidizador industrial (All-Biz 2008).

- Se van a fluidizar partículas sólidas que tienen un tamaño de 0.12 mm, un factor de  $\Phi_s$  ES de 0.88 y una densidad de 1000 kg, usando aire a 2.0 atm absolutas y 25 °C. El ahuecamiento en las condiciones mínimas de fluidización es 0.42. transversal del lecho.
- Si el corte transversal del lecho vacío es de 0.30 m<sup>2</sup> y el lecho contiene 300 Kg de sólido, calcular la altura mínima del lecho fluidizado.



- Calcula la caída de presión en las condiciones de fluidización mínimas.
- Calcula la velocidad mínima para fluidización.
- Utiliza la ecuación para calcular  $V_{mf}$  suponiendo que no se dispone de los datos para  $f_s$  ni para  $\epsilon_{mf}$ .

Solución:

a) El volumen de sólidos.

Recordemos que para calcular el volumen del sólido ocuparemos la fórmula:

$V = \text{Masa} / \text{volumen}$

El volumen del sólido es 300 kg

$$V = 300 \frac{\text{kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.300 \text{ m}^3$$

Para calcular la altura que los sólidos ocuparán en el lecho si  $\epsilon_1=0$  es  $L_1=0.300 \text{ m}^3$  (0.30  $\text{m}^2$  de corte transversal= 1.00 m.

Existe una estrecha relación entre la altura  $L$  del lecho y la porosidad  $\epsilon$  es como se indica para un lecho que tiene un área de corte transversal  $A$ . Puesto que el volumen  $LA(1-\epsilon)$  es igual al volumen total de los sólidos como si formaran una pieza.

$$L_1 A (1 - \epsilon_1) = L_2 A (1 - \epsilon_2)$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{1 - \epsilon_2}{1 - \epsilon_1}$$

Donde  $L_1$  es altura del lecho con porosidad  $\epsilon_1$  y  $L_2$  es la altura con porosidad  $\epsilon_2$ .

Sustituyendo valores tenemos que si  $\epsilon_1 = 0$  es  $L_1 = \frac{0.300 \text{ m}^3}{(0.30 \text{ m}^2)} = 1 \text{ m}$

Usando la ecuación antes mencionada, nombrando  $L_{mf} = L_2$  y  $\epsilon_{mf} = \epsilon_2$

Sustituimos los valores, para obtener el valor de:



$$\frac{L_2}{L_{mf}} = \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{1 - \varepsilon_1}$$

$$\frac{1.00}{L_{mf}} = \frac{1 - 0.42}{1 - 0}$$

Despejando el valor de la altura de lecho:

$$L_{mf} = 1.7241m$$

Como se menciona en el ejemplo se usa aire a 2.0 atm y 25 °C obtenemos que  $\mu = 1.845 \times 10^{-5}$  Pa. S.

Sustituyendo

$$\rho = 1.187 * 2$$

$$\rho = 2.374 \frac{kg}{m^3} = 2.0265 * 10^5 Pa$$

Para la partícula  $D_p = 0.00012m$

$$\rho_p = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\phi_s = 0.88$$

$$\varepsilon_{mf} = 0.42$$

Para el inciso b), utilizando la ecuación para calcular  $\Delta p$

$$\Delta p = L_{mf} (1 - \varepsilon_{mf}) (\rho_p - \rho)$$

$$\Delta p = 1.724(1 - 0.42)(1000 - 2.374)(9.80665) = 0.0978 \times 10^{-5} Pa$$

Para calcular  $v_{mf}$  para el inciso c, usaremos la ecuación, sustituimos valores y nos queda de la siguiente manera:

$$\frac{1.75([N_{Re,mf}])^2}{(0.88)([0.42])^3} + \frac{150(1 - 0.42)(N_{Re,mf})}{(0.88)^2(0.42)^3} - \left( \frac{(0.00012)^3 2.374(1000 - 2.374)(9.80665)}{(1.8845 \times 10^{-5})^2} \right)$$

Al resolver

$$v_{mf} = 0.005029 \frac{m}{s}$$



Usando la ecuación simplificada para el inciso d; esta fórmula se ocupa cuando el valor de  $\varepsilon_{mf}$ , el término  $\phi_s$  o ninguno, para diversos sistemas, podemos usar:

$$N_{Re,mf} \left[ (33.7)^2 + 0.0408 \frac{D_p^3 \rho (\rho_p - \rho) g}{\mu^2} \right] - 33.7$$

$$N_{Re,mf} \left[ (33.7)^2 + \frac{0.0408 (0.00012)^2 (2.374) (100 - 2.374) (9.80665)}{(1.845 \times 10^{-5})^2} \right] - 33.7$$

$$N_{Re,mf} = 0.07129$$

Resolviendo  $v_{mf} = 0.004618$  m/s

Ahora te pido realices la siguiente autoevaluación.

## Actividades

La elaboración de las actividades estará guiada por tu docente en línea, mismo que te indicará, a través de la Planificación de actividades, la dinámica que tú y tus compañeros (as) llevarán a cabo, así como los envíos que tendrán que realizar.

Para el envío de tus trabajos usarás la siguiente nomenclatura: BOU1\_U1\_A1\_XXYZ, donde BOU1 corresponde a las siglas de la asignatura, U1 es la etapa de conocimiento, A1 es el número de actividad, el cual debes sustituir considerando la actividad que se realices, XX son las primeras letras de tu nombre, Y la primera letra de tu apellido paterno y Z la primera letra de tu apellido materno.

## Autorreflexiones

Para la parte de **autorreflexiones** debes responder las *Preguntas de Autorreflexión* indicadas por tu docente en línea y enviar tu archivo. Cabe recordar que esta actividad tiene una ponderación del 10% de tu evaluación.

Para el envío de tu autorreflexión utiliza la siguiente nomenclatura: BUO1\_U1\_ATR\_XXYZ, donde BUO1 corresponde a las siglas de la asignatura, U1 es la unidad de conocimiento, XX son las primeras letras de tu nombre, y la primera letra de tu apellido paterno y Z la primera letra de tu apellido materno.



### Cierre de la unidad

Durante el transcurso de la unidad uno se fue tratando términos como el flujo de fluido de lechos porosos desde la Ley de Darcy y posteriormente se describieron características que presentan las operaciones unitarias. Así como la influencia que tiene en la industria, es necesario reconocer que los principios fundamentales de estas operaciones unitarias inician con variables de presión, permeabilidad, porosidad, tamaño de partícula y velocidad que se fueron relacionando durante el desarrollo de esta unidad.

Estos principios son la base para el desarrollo de procesos limpios que ayuden a conservar nuestro planeta. Recordemos que hoy en día son de gran utilidad para la producción de alimentos, fármacos y petroquímica, donde observamos el flujo de fluidos en medios porosos; estos principios básicos ayudan a desarrollar y diseñar procesos que nos permiten satisfacer nuestras necesidades.

Lo anterior nos ayudará a conocer las diferencias que existen entre los movimientos de fluidos y las variables que se involucran en las operaciones unitarias que verás en la siguiente unidad.



## Para saber más



Para saber más sobre porosidad te pido que leas el artículo del enlace que se presenta a continuación donde conocerás un ejemplo de porosidad, así como sus principales características:

[http://satori.geociencias.unam.mx/23-2/\(6\)Miranda.pdf](http://satori.geociencias.unam.mx/23-2/(6)Miranda.pdf)

Para saber más sobre las diferencias entre el régimen laminar y el turbulento observa este video: <http://youtu.be/TESTXZyDIlw>

Para saber más del tema de fluidización revisa el siguiente link para profundizar más sobre los tipos de lecho fluidizado así como sus principios básicos que en este documento encontrarás:

[http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lim/patino\\_s\\_jl/capitulo3.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lim/patino_s_jl/capitulo3.pdf)

Para saber más del tema de fluidización, te recomiendo observar el video:

<http://youtu.be/6AujVguOzm8>, en el observarás el movimiento que se realiza dentro de una caldera de lecho.

Para saber más sobre estos temas te pido veas el video de permeabilidad y la Ley de Darcy donde conocerás la influencia que tiene la permeabilidad y cómo y qué variable debes de modificar en la ecuación:

<http://youtu.be/TESTXZyDIlw>



### Fuentes de consulta



- Comunidad Petrolera (2012) *Recuperación mejorada del petróleo*.
- Coulson, J.M., et al (2003). *Ingeniería Química "Operaciones Unitarias Básicas volumen 1"*, Barcelona: Ed. Reverte.
- Condorhuamán, C. (2002) *Secado de granos I; Perdida de presión en lecho surtido*. Revista Peruana de Química e Ingeniería Química de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. ISSN versión electrónica 1609-7599. Volumen 5.
- Espinoza, C. (2004). *Ley de Darcy Hidráulica de aguas subterráneas y su aprovechamiento*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
- Ibarz, A. et al. (2005). *Operaciones Unitarias de los Alimentos*. España: Mundi-prensa.
- Levenspiel, O. (1998) *Flujo de fluidos y calor*. México: Editorial Reverte.
- Patiño, S.J. (2010). *Principios Básicos de Fluidización, capítulo tres. Tesis*, Universidad de Las Américas, Puebla.
- Rodríguez Cuevas, L. M. y González López, E. (2009). *Permeabilidad de Coques Metalúrgicos*. Revista Latinoamericana Metalurgia y Materiales. Columbia.
- Telis-Romero, J. y Sobral P. (2003). *Caída de Presión del lecho fijo de cubos de papa, remolacha y zanahoria considerando encogimiento*. Revista Cielo.