UnADM
UNIVERSIDAD ABIERTA Y A DISTANCIA DE MÉXICO

Segundo Semestre

Física

U1 El movimiento

División de Ciencias de la Salud, Biológicas y Ambientales

El movimiento

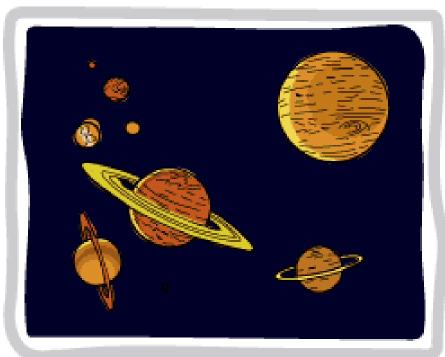
Música de las esferas. Retomado de *https://www.flickr.com/*

Índice

Presentación de la unidad

La naturaleza es verdaderamente coherente y confortable consigo misma.

Isaac Newton



Todo en el universo se encuentra en movimiento, no existe partícula (un punto con masa despreciable y un tamaño infinitesimal) alguna que se encuentre en reposo absoluto. Las galaxias se separan unas de otras a grandes velocidades, las estrellas giran unas en torno de otras, los planetas del sistema solar se trasladan y rotan en torno al Sol, los átomos que forman la materia están constantemente en movimiento y aun las partículas que los conforman se mueven a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

Entender la idea en conocimiento del movimiento es una de las hazañas del pensamiento humano que más han ayudado a comprender la naturaleza y ha concedido la viabilidad de aplicaciones tecnológicas de mucho impacto en la vida humana. El estudio experimental de este fenómeno inició hace más de 400 años dando inicio a una de las ramas de la física llamada cinemática, la cual se encarga de describir el movimiento de los cuerpos.

El estudio de las causas que lo originan dio paso a la dinámica y a la síntesis realizada por Sir Isaac Newton en sus tres leyes, fundamentales para conocer y describir los movimientos de los cuerpos celestes y terrestres.

En esta unidad aprenderás las leyes que rigen el movimiento de los cuerpos, los conceptos que te ayudarán a describir y modelar fenómenos físicos de la vida diaria, a resolver problemas relacionados con el tema y a explicar aplicaciones tecnológicas de la mecánica clásica.

Competencia específica

Modelar fenómenos físicos para describir situaciones que se presentan en la vida cotidiana mediante el uso de conceptos de cinemática, dinámica y las leyes de Newton.

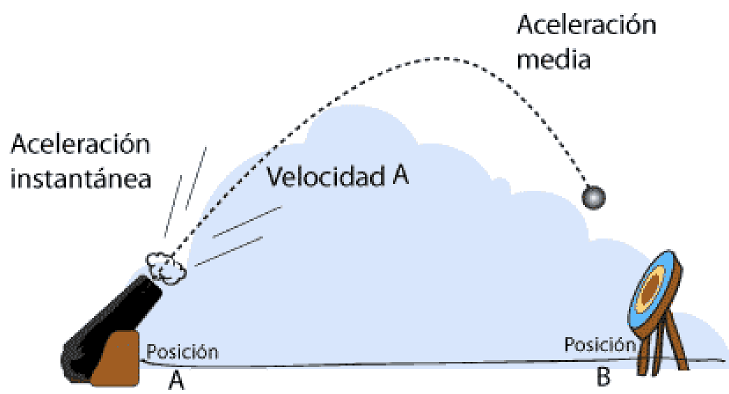
Propósito

En esta unidad aprenderás los conceptos para la descripción del movimiento de una partícula y los usarás para modelar situaciones físicas presentes en los problemas prototípicos del área ambiental. Los temas presentados son básicos para dominar los modelos que se presentarán en las unidades posteriores.

Modelos cinemáticos

El problema del movimiento es uno de los grandes obstáculos intelectuales que el ser humano ha enfrentado y superado satisfactoriamente. Ha sido el más sorprendente y estupendo en el alcance de sus consecuencias. Los griegos, con toda su sofisticación intelectual y habilidad matemática, fallaron en inventar los conceptos que lo resuelven. Es hasta el siglo XVII cuando se pueden construir los conceptos de velocidad, aceleración y cantidades instantáneas.

En esta unidad se estudian los conceptos relacionados con la descripción del movimiento, tales como su posición, velocidad, aceleración media e instantánea. Los aplicarás para describir y modelar el movimiento de objetos de la vida cotidiana, en una y dos dimensiones, usando tablas, gráficas y las ecuaciones que los representen.



Representación de datos y uso de modelos

Para encontrar leyes que gobiernan los diferentes cambios que ocurren en los cuerpos conforme pasa el tiempo, se debe ser capaz de describir los cambios y una forma de registrarlos.

Imagina uno de los casos más triviales pero que ayudará a tener un método de descripción y de representación de datos útil para crear modelos: un coche moviéndose en línea recta.

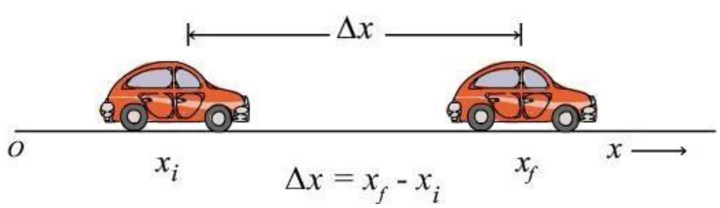


Figura 1. *Un automóvil que se mueve en línea recta.*

Para determinar su posición se debe hacer lo siguiente:

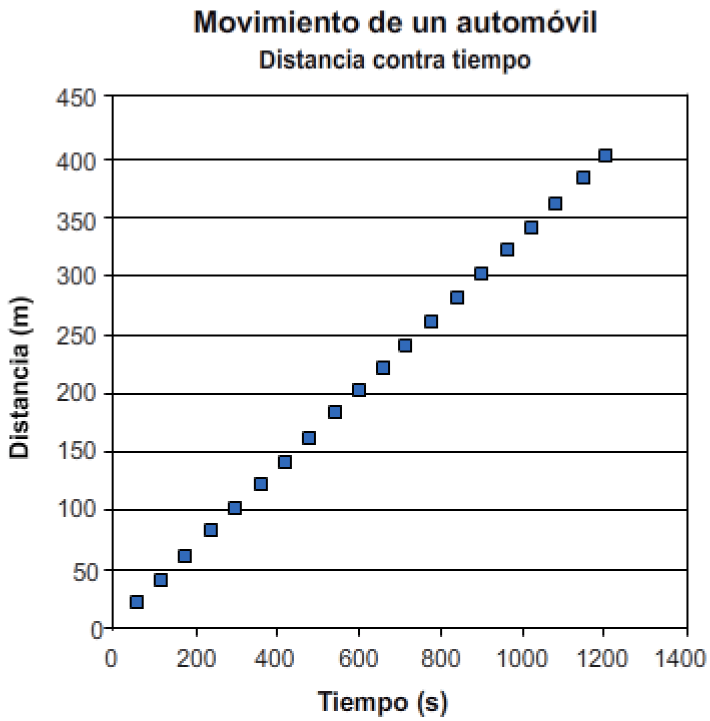
Medir la distancia desde el punto de inicio hasta el lugar al que llegó en diferentes intervalos de tiempo.

Se supone que el automóvil se mueve con una velocidad constante. Se registra la distancia que recorre el automóvil cada minuto, es decir, cada 60 segundos, iniciando desde que está en el lugar cero al minuto cero hasta el minuto 20. Se representan estos datos en la siguiente tabla:

Tiempo (s)	Distancia (m)
60	20
120	40
180	60
240	80
300	100
360	120
420	140
480	160
540	180
600	200
660	220
720	240
780	260
840	280
900	300
960	320
1020	340
1080	360
1140	380
1200	400

Tabla 1. *Registro del tiempo y la distancia del automóvil.*

Sin embargo, estos datos en ocasiones no dicen mucho. No obstante, hay otras alternativas de representarlos, una de ellas es graficarlos. Observa con atención la siguiente gráfica:

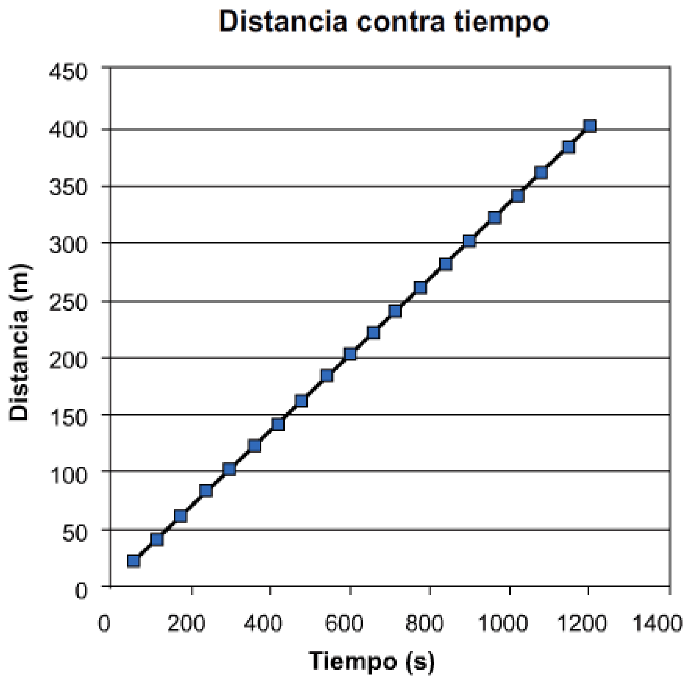


Gráfica 1. *Datos del movimiento del automóvil en ciertos intervalos de tiempo. La línea representa el movimiento del automóvil en el intervalo de tiempo de 0 a 20 minutos.*

Con el uso de gráficas, como en este caso, se puede visualizar de manera sencilla un comportamiento regular de los datos. ¿De qué manera se unirían esos puntos? Los puntos pueden unirse por medio de una curva, una recta quebrada en zigzag, una curva muy caprichosa o una línea recta, y es precisamente aquí donde se hace uso de tus conocimientos previos y la idea de que los fenómenos se comportan de una manera simple.

Si se elige trazar una recta, lo que realmente se dice es que los datos se comportan de acuerdo con un modelo lineal, y que los puntos que faltan se encontrarán dentro de esa línea. Esto permite representar de manera matemática y muy sencilla, mediante una ecuación, el comportamiento del fenómeno.

En esta ocasión se unirán los puntos mediante una línea recta*:



Gráfica 2. *Datos del movimiento del automóvil en ciertos intervalos de tiempo. La línea recta, del modelo, representa el movimiento del automóvil en el intervalo de tiempo de 0 a 20 minutos.*

Éste es precisamente el modelo que se usará para predecir a qué distancia se encontraba el automóvil a los 2 minutos 45 segundos o a qué distancia se encontrará a los 50 minutos con 10 segundos. Ése es el gran poder de predicción que proporciona la física en el estudio de los fenómenos naturales.

La ecuación del modelo lineal, la ecuación de una recta que pasa por el origen, en este caso, sería:

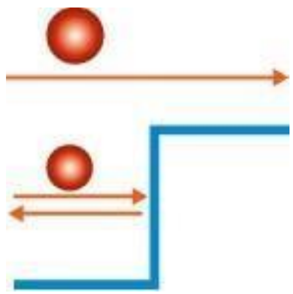
$$d = 0.33t$$

Es necesario indicar las unidades de medida que se emplea:

- La distancia se mide en metros (m).
- El tiempo en segundos (s) en el sistema internacional (SI) de medidas.

Tu labor consiste en identificar los modelos que se aplican a los fenómenos que se estudian y la manipulación de estos modelos, casi siempre en forma de ecuaciones, para saber lo que está sucediendo. La mayor parte de los fenómenos que se estudiarán en mecánica clásica tiene un comportamiento lineal y de segundo orden, de aquí la importancia de dominar el tema de ecuaciones de primer y segundo grado.

Desplazamiento, velocidad y aceleración



El **movimiento de una partícula** se conoce si su posición en cada momento es conocida. La posición de una partícula es el lugar que ocupa con respecto a un punto de referencia seleccionado, que podemos considerar el origen de un sistema coordenado.

Pero, antes de continuar con el modelo de partícula para comprender a partir de éste el estudio de la cinemática, es necesario primero definir los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración.

Desplazamiento

Para el caso del automóvil que se expuso anteriormente (**Figura 1**), si su posición en un tiempo t1 es x1 y, posteriormente, x2 en un tiempo t2, se define el desplazamiento Δx como:

$$\Delta x = xf - xi$$

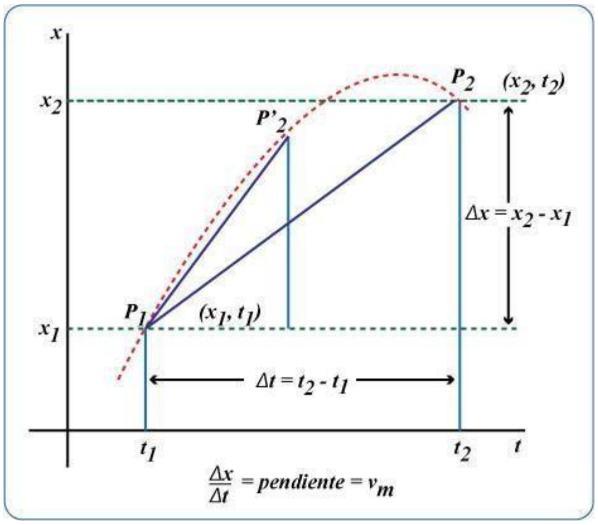
Velocidad

Se define como el cociente del desplazamiento Δx entre el intervalo de tiempo Δt.

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Las unidades de la velocidad media serían *m/s*.

Gráficamente se puede visualizar la velocidad media como la pendiente de la recta que une los puntos P1 y P2 que se encuentran sobre la curva y que se representa el movimiento de una partícula en dos posiciones distintas:



Gráfica 3. *Velocidad media.*

Velocidad

Se define como el límite de $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ cuando Δt se aproxima a cero.

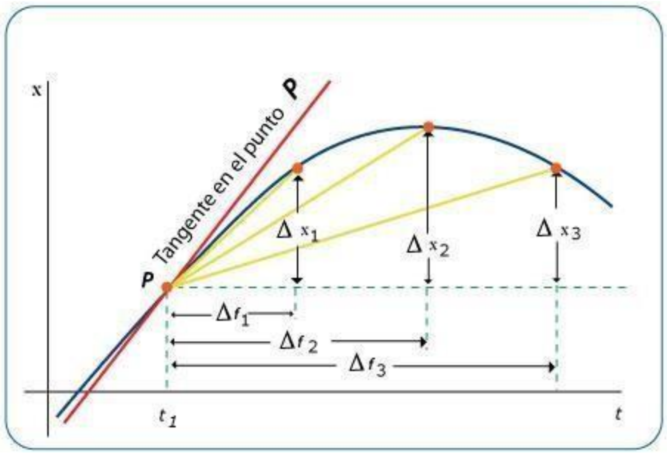
$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

A esta cantidad se le llama la derivada de x con respecto a t.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Los valores que toma la derivada pueden ser positivos, negativos o cero.

La velocidad instantánea como la pendiente de la tangente a la curva en el punto P se visualiza mediante la siguiente gráfica:



Gráfica 4. *Velocidad instantánea.*

Aceleración promedio

La velocidad de una partícula puede cambiar con el tiempo; a este cambio en la velocidad se le llama aceleración.

De manera análoga a como se hizo con la velocidad, se define aceleración promedio como el cambio de velocidad $\Delta v = v_2 - v_1$ en un intervalo de tiempo Δt.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_2} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración tiene unidades de velocidad divididas entre el tiempo, es decir, metros sobre segundo o entre segundo, m/s^2.

Aceleración instantánea

La aceleración instantánea, que permitirá saber la aceleración en cada punto del intervalo, se define como el límite del cociente de la aceleración promedio.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

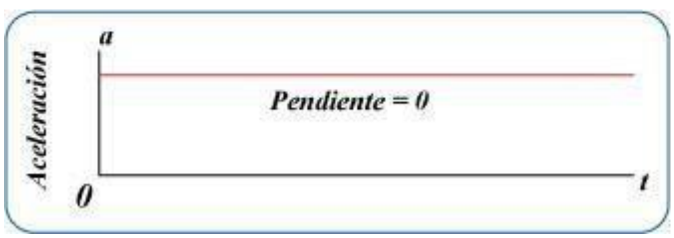
O sea,

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Cuando se habla de aceleración, se refiere a la aceleración instantánea de acuerdo con esta última relación.

Movimiento con aceleración constante

Si la aceleración de una partícula es constante, entonces la aceleración promedio y la aceleración instantánea son iguales. Nótese cómo se representa en la siguiente gráfica:



Gráfica 5.

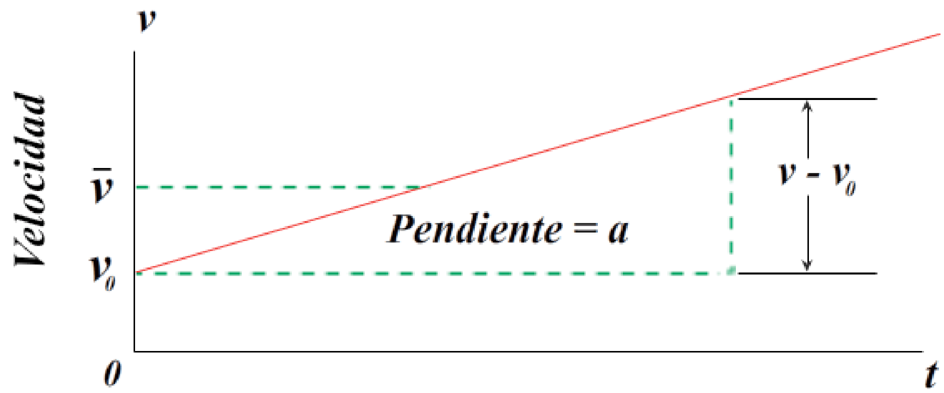
Si la partícula inicialmente tiene velocidad $v_0$en el tiempo$t = 0$ y velocidad v en un tiempo t, la aceleración, de acuerdo con la definición de aceleración promedio, estaría dada por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

Si se despeja la velocidad de la relación anterior, se obtiene:

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

La ecuación anterior representa una línea recta con pendiente *a* y ordenada al origen v_0, como se visualiza en la siguiente gráfica:



Gráfica 6.

Ahora, se obtendrá una expresión para encontrar la posición de la partícula en cualquier tiempo.

Recordando que la expresión para la velocidad promedio en el intervalo Δt, cuando la gráfica es una línea recta, es el valor medio de las velocidades en el tiempo t y t_0:

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_0)$$

Se sustituye el valor de *v*, usando la expresión:

$$v = v_0 + at$$

Se obtiene:

$$\bar{v} = v_0 + \frac{1}{2}at$$

La velocidad promedio está dada por:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

Cuando la partícula se encuentra en la posición *x* en el tiempo *t*, y en la posición x_0 en el tiempo 0. Se despeja *x*

$$x = x_0 + \bar{v}\,t$$

Se sustituye el valor de la velocidad media

$$x = x_0 + (v_0 + \frac{1}{2}at)\,t$$

Reacomodando términos

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Para eliminar el tiempo, se despeja de la siguiente ecuación a *t*

$$v = v_0 + at$$

Se obtiene:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

De la velocidad media

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_0)$$

Se multiplica por *t* y se obtiene:

$$\Delta x = \bar{v}t = \frac{1}{2}(v + v_0)t$$

Se sustituye el valor de t

$$\Delta x = \bar{v}\frac{v - v_0}{a} = \frac{1}{2}(v + v_0)\frac{v - v_0}{a}$$

Reacomodando términos

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{v^2 - v_0^2}{a}$$

Como, $\Delta x = x - x_0$ la expresión anterior queda:

$$x - x_0 = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{v^2 - v_0^2}{a}$$

Despejando v^2, se obtiene:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)}$$

Otra expresión bastante útil se obtiene al quitar la aceleración de las expresiones, de la velocidad media, cuando la velocidad de la partícula en t es v y en t=0 es v_0.

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_0)$$

Sustituyendo

$$\frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{1}{2}(v + v_0)$$

Despejando x, y se obtiene:

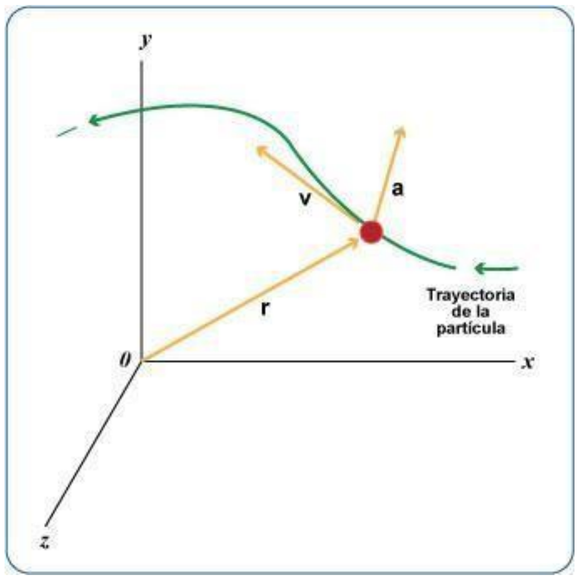
$$\boxed{x = x_0 + \frac{1}{2}(v + v_0)t}$$

Resumiendo, las ecuaciones que permiten modelar un movimiento con aceleración constante son:

$$\boxed{\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ x &= x_0 + \frac{1}{2}(v + v_0)t \\ x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \end{aligned}}$$

Movimiento bidimensional: circular y tiro parabólico

En este contenido se continúa con el estudio del movimiento, pero ahora será en dos dimensiones. La herramienta matemática que auxiliará son los *vectores*. Se presenta que las ecuaciones para una dimensión se pueden utilizar de manera general al sustituir la variable unidimensional con el vector que le corresponde. Observa la siguiente gráfica:

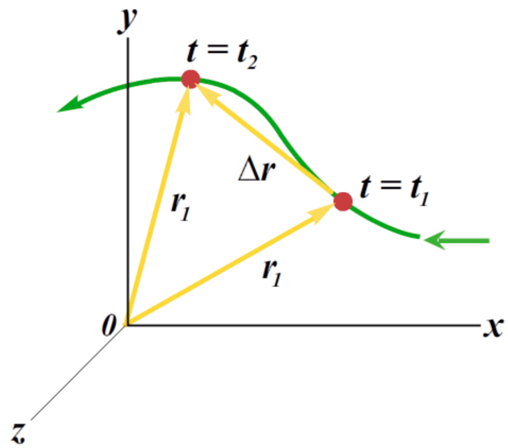


Gráfica 7.

¿Qué notaste? La posición de la partícula está representada por el vector *r*, la velocidad por el vector *v* y la aceleración por el vector *a*. Las componentes cartesianas del vector serían:

$$r = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

Donde ***i***, ***j*** y ***k*** son los vectores unitarios en la dirección *x*, *yyz,* respectivamente.
Si la partícula se mueve de la posición r_1 a la posición r_2 en el tiempo t_1 al t_2, el desplazamiento será el vector $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r_2}-\mathbf{r_1}$. Visualízalo en la siguiente gráfica:



Gráfica 8.

El intervalo de tiempo sería $\Delta t=t_2-t_1$, la velocidad promedio en ese intervalo:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea será el límite cuando el intervalo de tiempo Δt se aproxime a cero de la velocidad promedio,

$$\bar{v} = \lim \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea será tangencial en cualquier punto de la trayectoria del movimiento de la partícula y se representa como la derivada del vector ***r*** con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dr}{dt}$$

Las componentes del vector velocidad, serían:

$$v_x\, i + v_y \mathrm{j} + v_z k = \frac{d}{dt}(xi + yj + zk)$$
$$= \frac{dx}{dt} i + \frac{dy}{dt} j + \frac{dz}{dt} k$$

De donde se obtiene,

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

De igual forma se define a la aceleración promedio

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Y la aceleración instantánea, que es el límite de la aceleración promedio cuando el intervalo de tiempo Δt tiende a *cero*,

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

Que se representa como la derivada del vector ***v*** con respecto al tiempo

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

Cuyas componentes serían

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Tanto la aceleración como la velocidad son magnitudes vectoriales porque tienen dirección y magnitud. Si una de estas características cambia, existirá un cambio en la velocidad o en la aceleración, aunque su magnitud no lo haga.

Cuando el movimiento de una partícula tiene aceleración constante, el vector aceleración **a no cambia ni en dirección ni en magnitud,** en este caso las componentes del vector son constantes,

$$a_x = \text{constante}, \quad a_y = \text{constante}, \quad \text{y} \quad a_z = \text{constante}$$

La partícula tendría entonces una posición y velocidad inicial dadas por los vectores

$$\boldsymbol{r_0} = x_0\boldsymbol{i} + y_0\boldsymbol{j} + z_0\boldsymbol{k}$$
$$\boldsymbol{v_0} = v_{x0}\boldsymbol{i} + v_{y0}\boldsymbol{j} + v_{z0}\boldsymbol{k}$$

La velocidad, para una aceleración constante, en analogía con el movimiento unidimensional, sería:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_0} + \boldsymbol{a}t$$

Cuyas componentes escalares estarían dadas por:

$$v_x = v_{x0} + a_x t$$
$$v_y = v_{y0} + a_y t$$
$$v_z = v_{z0} + a_z t$$

De la misma manera, las ecuaciones vectoriales que representan el movimiento con aceleración constante en dos o más dimensiones serían:

$$v = v_0 + at$$

$$r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v \cdot v = v_0 \cdot v_0 + 2a \cdot (r - r_0)$$

$$r = r_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t$$

Tiro parabólico

Observa con atención las siguientes imágenes y analiza la información que se te presenta.

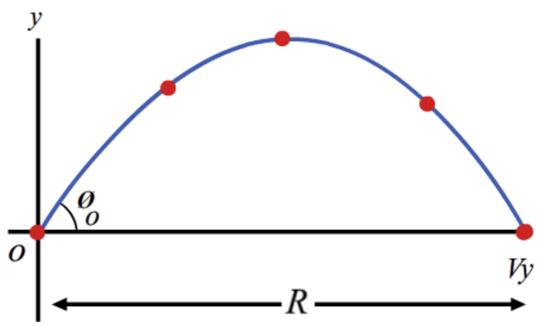


Figura 2.*Se muestra la trayectoria, el sistema de coordenadas y la partícula.*

Se estudia el movimiento de un proyectil que es lanzado con una velocidad inicial v.
En este caso, la aceleración debido a la gravedad es constante.

Suponiendo que la resistencia del aire es despreciable y no será considerada en esta descripción.

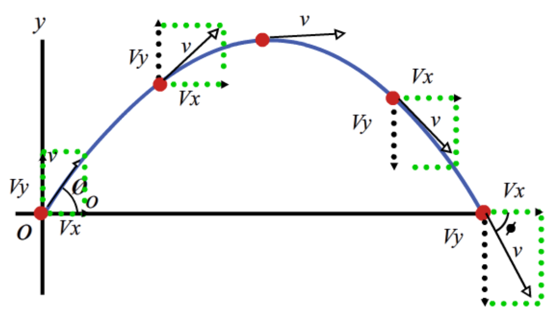


Figura 3. *Se agrega el vector v y sus componentes. La componente del vector en x es de tamaño constante; la componente en y va disminuyendo conforme el proyectil sube,*

La aceleración es ***g*** y está dirigida hacia abajo, de acuerdo al sistema de coordenadas.

El vector de velocidad ***v***, tendría dos componentes, ***vx*** y ***vy***, ya que el movimiento está sobre el plano ***xy***.

hasta llegar a desaparecer cuando está en la parte más elevada. Cuando inicia el descenso, la magnitud de la componente comienza a aumentar.

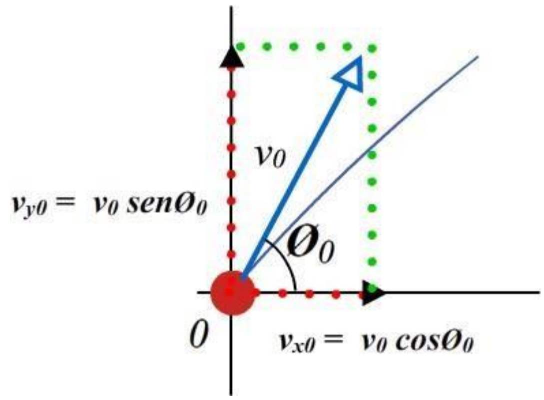


Figura 4

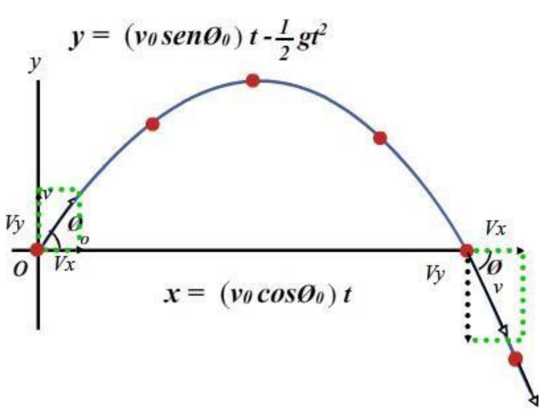


Figura 5.*Se muestra el valor de **x** y **y** durante*

La velocidad inicial ***v0***, en ***t=0***, tiene las componentes:

$V_{x0} = v_0 \cos \emptyset_0$
$V_{y0} = v_0 sen\emptyset_0$

Como no hay una componente horizontal de la aceleración, la velocidad en ***x*** es constante durante todo el recorrido:

$$v_x = v_{x0} + a_x t = v_0 \cos \emptyset_2$$

La componente vertical cambia con el tiempo debido a la aceleración de la gravedad:

$$v_y = v_{y0} + a_y t = v_0 sen\emptyset_0 - gt$$

Dónde:
$a_y = -g$ y $v_{y0} = v_0 \, sen \, \emptyset_0$

La magnitud del vector velocidad en cualquier instante es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

y el ángulo en ese instante estaría dado por:

$$\tan \emptyset = \frac{v_y}{v_x}$$

La coordenada *x*, con *x_0=0* y *a_x=0*, sería:

la trayectoria.

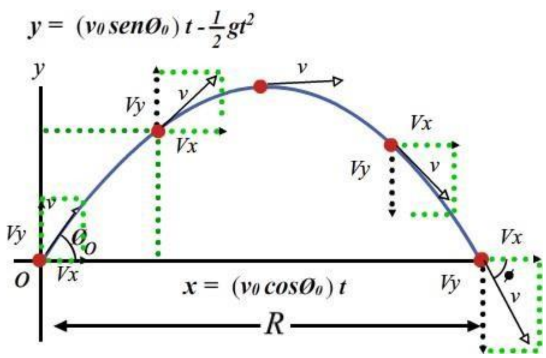


Figura 6. *Se muestra la parábola que sigue la trayectoria y el alcance R.*

$$x = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = (v_0 \cos \phi_0)t$$

La coordenada y, con y_0=0 y a=-g, es:

$$y = y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = (v_0 \operatorname{sen} \phi_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Si se despeja el tiempo ***t*** de las ecuaciones ***x*** y ***y***, e iguala y despeja ***y***, se obtiene:

$$y = (tan\emptyset_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos\emptyset_0)^2}x^2$$

Que es la ecuación de una parábola.

El alcance ***R*** horizontal del proyectil lo obtiene cuando y=0,

$$0 = (\tan \emptyset_0)x - \frac{g}{2\,(v_0 \cos\emptyset_0)^2}x^2$$

Al resolver la ecuación de segundo grado para ***x***, se obtiene el alcance:

$$R = \frac{2v_0^2}{g}\ sen\ \emptyset_0 \cos\emptyset_0$$

Y como

$$sen\ 2\theta = 2\ sen\ \theta \cos\theta$$

Entonces el alcance sería:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\ sen\ 2\emptyset_0$$

Movimiento circular

Observa con atención las siguientes las imágenes y analiza la información que se te presenta.

En el movimiento circular se examinará el caso en el que una partícula se mueve en una trayectoria circular a “velocidad constante”.

La velocidad y la aceleración son constantes en magnitud, pero cambian en dirección continuamente. No existe una componente de la aceleración paralela a la trayectoria, de otra manera cambiaría la velocidad en magnitud; el vector aceleración es perpendicular a la trayectoria y apunta hacia el centro del movimiento circular.

Ejemplos de este fenómeno: el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, los planetas girando en torno al Sol, el giro de los discos compactos, los ventiladores.

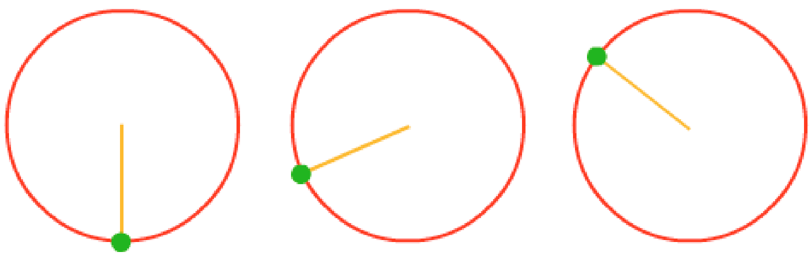


Figura 7. *En la gráfica se muestra un planeta moviéndose en torno al Sol.*

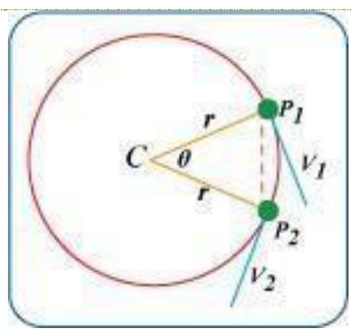


Figura 8. *Planeta alrededor del Sol. Se observa el vector posición r, el punto de identificación P1 y p2, el vector velocidad para cada punto, el ángulo que forman y el centro C en el Sol*

Observa que al pasar un planeta de la posición ***p1*** en el tiempo ***t1*** a la posición ***p2***, en el tiempo ***t2=t1+*Δ*t***, forma un ángulo θ entre ambos vectores, la velocidad en ***p1*** es ***v1*** y en ***p2*** es ***v2***, ambos vectores con magnitud igual pero dirección diferente.

La longitud de la trayectoria entre ***p1*** y ***p2*** en el tiempo Δ***t*** sería el arco descrito por ***r***θ, pero también es igual a la ***v***Δ***t***, es decir:

$$r\theta = v\Delta t$$

Si se colocan los orígenes del vector velocidad de los puntos ***p1*** y ***p2*** de tal manera que coincidan y conserven la misma dirección, se tendría un triángulo semejante al

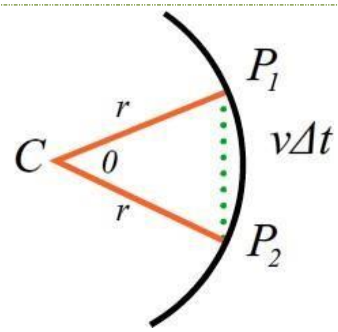


Figura 9.

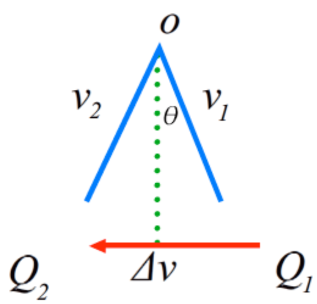


Figura 10.

que forman el vector **r** y los puntos ***p1*** y ***p.*** Trazando una bisectriz en el triángulo formado por ***v₁***, ***v₂*** y ***O***, se obtiene para uno de los triángulos rectángulos así formados:

$$\frac{1}{2}\Delta v = v sen\ \frac{\theta}{2}$$

La velocidad promedio, usando los datos anteriores, sería:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v\ sen\ (\theta/2)}{r\theta/v} = \frac{v^2}{r}\frac{sen\ (\theta/2)}{\theta/2}$$

La aceleración instantánea sería:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v^2}{r} \frac{\text{sen}\ (\theta/2)}{\theta/2} = \frac{v^2}{r} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\text{sen}\ (\theta/2)}{\theta/2}$$

Como el $\text{sen}\ \theta/2 \approx \theta/2$ cuándo el ángulo θ es muy pequeño, lo que sucede al ser Δt muy pequeño, el cociente $\frac{sen\ (\theta/2)}{\theta/2}$ es igual a 1, por lo que se obtiene:

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$

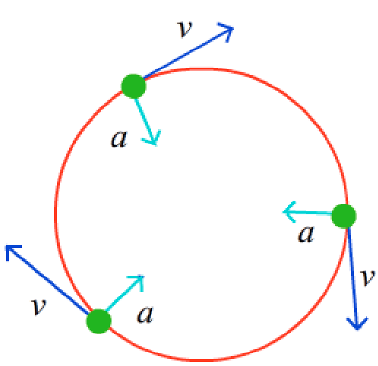


Figura 11. El planeta gira alrededor del Sol, se muestran los vectores ***v*** *y* **a**.

La dirección del vector aceleración siempre es perpendicular al vector velocidad y apunta hacia el centro del círculo. Por esta razón se le llama ***aceleración radial o centrípeta***.

Aunque la magnitud de la velocidad no cambia, sí lo hace su dirección debido a la aceleración centrípeta, por lo que el vector velocidad no es el mismo en cada punto de la trayectoria debido al cambio de dirección.

Al tiempo ***T*** requerido para que la partícula dé una vuelta completa se le llama periodo, tiempo en el cual la partícula recorre una distancia ***2πr***, donde ***r*** es el radio de la circunferencia, la velocidad estaría dada por:

$$\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$$

Modelos dinámicos

Leyes de Newton

Los conceptos de **fuerza** y **masa** tienen concepciones particulares en la vida y la comunicación diaria, aunque en este contenido usarás las mismas palabras, el significado que tienen en física es muy preciso y alejado de muchos aspectos cotidianos.

A continuación, conocerás una definición cualitativa de las **leyes de Newton**, una interpretación operacional y su aplicación en la descripción de fenómenos físicos de la vida diaria.

Primera ley de Newton o ley de la inercia

La ley de la Inercia, o primera ley de Newton, no era nueva para Newton. Galileo casi la tenía, Descartes la tenía. Cuando Isaac Newton publicó *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, en 1687, la primera ley ya había sido asimilada y comprendida por todos los filósofos naturales de la época. Él no se adjudica la autoría de esta ley, sino que agradece a quienes lo precedieron, pero se deslinda del pensamiento Aristoteliano y de las escuelas del ímpetu. La definición de fuerza de contacto que da Newton: Una fuerza de contacto es una acción que se ejerce sobre un cuerpo para cambiar su estado, ya sea de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme.

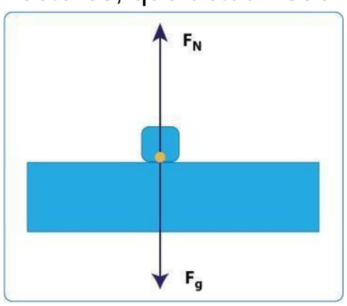
Entonces, como **primera ley**, se tiene:

Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas que actúan sobre él.

De acuerdo con esta ley, se debe aceptar el hecho de que el **reposo** y el **movimiento rectilíneo uniforme** son los estados naturales de los objetos y que las interacciones con otros objetos son necesarias para producir cambios en tal movimiento. Se tiene entonces, una definición cualitativa de **fuerza**, es decir, es la acción de un agente externo hacia el cuerpo en movimiento que produce un cambio en la velocidad. El cambio incluye a la dirección y magnitud. A la tendencia de un cuerpo a mantenerse en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme se le llama **inercia.**

La primera ley de Newton no se cumple en todas las situaciones, se necesita un marco de referencia para describir el movimiento del cuerpo. A los marcos de referencia en los que se cumple la primera ley se les denomina **marcos de referencia inercial**. Un marco de referencia inercial común es el planeta Tierra, donde la descripción de los fenómenos físicos puede explicarse con base en las leyes de Newton y ser aplicados a otros sistemas de referencia inerciales. Cualquier sistema que se mueva en movimiento rectilíneo uniforme con respecto a un sistema de referencia inercial, también es un sistema de referencia inercial. En todos los marcos de referencia inercial, un observador mediría el mismo valor de la aceleración.

Una herramienta que te servirá para determinar las fuerzas que actúan en un cuerpo es el diagrama de cuerpo libre. Mediante la siguiente tabla se te mostrará cómo determinar la fuerza de un cuerpo en equilibrio utilizando el diagrama de cuerpo libre, mientras que en paralelo conocerás el sustento teórico para determinar la fuerza de un cuerpo en equilibrio.

El diagrama de cuerpo libre	**Cuerpos en equilibrio**
Un diagrama de cuerpo libre es una representación gráfica donde se muestra al cuerpo como una partícula y se muestran todas las fuerzas, como vectores, que actúan sobre la partícula.  Figura 12. *Un cuerpo en equilibrio sobre una mesa.*	Cuando un cuerpo se encuentra en reposo, la suma de las fuerzas, la fuerza resultante, que actúa sobre el cuerpo es cero. La suma vectorial de tales fuerzas sería: $\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \cdots = \sum \vec{F}$ Las componentes de la resultante, en dos dimensiones: $R_x = \sum F_x$ $R_y = \sum F_y$ Donde $\sum F$ representa la suma de las componentes de la fuerza en la dirección respectiva. La magnitud de la fuerza resultante sería:

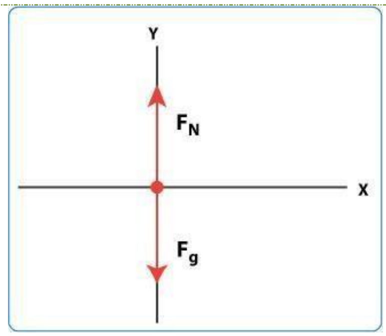


Figura 13. *Diagrama de cuerpo libre de la figura 12.*

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son la fuerza de gravedad y la fuerza normal, que es la fuerza que ejerce la mesa sobre el cuerpo y es perpendicular a la superficie de la mesa.

Como el cuerpo se encuentra en equilibrio, permanece en reposo, y la suma de las fuerzas, la resultante, tendrá que ser cero.

$$R = \sum F = F_N + F_g = 0$$

Cuyas componentes

$$R_x = \sum F_x = F_{Nx} + F_{gx} = 0$$

$$R_y = \sum F_y = F_{Ny} + F_{gy} = 0$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_2^2}$$

Y la dirección es dada por el ángulo que forma la resultante R y la dirección positiva del eje x,

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

Para el caso que se explica, un cuerpo en reposo, la resultante de las fuerzas debe ser cero

$$R = \sum F = 0$$

Por lo que cada una de sus componentes debe también ser cero

$$R_x = \sum F_x = 0$$

$$R_y = \sum F_y = 0$$

Si la resultante de las fuerzas es cero, se dice que el cuerpo está en equilibrio.

Segunda ley de Newton o ley de la fuerza

Es un hecho físico experimental que la fuerza $\boldsymbol{F}$ es proporcional a la aceleración $\boldsymbol{a}$ cuando diferentes fuerzas se aplican a un cuerpo, es decir, la naturaleza dice que existe un número único, una propiedad del cuerpo dado, que es la constante de proporcionalidad. Si se denota a la constante de proporcionalidad por m, se escribe:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

Donde m, la propiedad del cuerpo que está siendo acelerado, es la pendiente de la línea recta correspondiente. Se le da a esta propiedad el nombre de “masa inercial” o simplemente “masa”. La existencia de este número, único para cada cuerpo, no es sólo una cuestión de definición ni tampoco se deduce de principios teóricos, es un hecho físico experimental: una ley de la naturaleza.

También es un hecho experimental que las masas de los cuerpos se suman o restan aritméticamente cuando los cuerpos se combinan o separan. El experimento también confirma que dos fuerzas iguales en la misma dirección que se aplican sobre un cuerpo lo aceleran dos veces más que si lo hiciera una sola fuerza; dos fuerzas iguales en direcciones opuestas se sustraen una de otra sin acelerar el cuerpo. De manera general, las fuerzas colineales se superponen algebraicamente; dos fuerzas a diferentes ángulos aplicadas a un mismo cuerpo se suman de la misma manera que las velocidades y las aceleraciones, se comportan como cantidades vectoriales. La aceleración está siempre en la dirección de la fuerza resultante.

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional ejercida por la tierra sobre el objeto, impartiendo una aceleración de 9.8 m/s2. El peso será diferente si te encuentras en la Luna o en algún otro planeta; sin embargo, la masa será la misma. La unidad de la masa en el sistema internacional de medidas es el kilogramo (K).

De acuerdo con la relación

$$F = ma$$

La fuerza tendría unidades de $[Kgm/s^2]$ que lo se define como Newton.

Entonces

$$1\,N = 1\,\frac{kg\,m}{s^2}$$

Considerando los hechos experimentales anteriores, la segunda Ley de Newton afirma:

> La fuerza resultante de la suma de fuerzas que actúan sobre un cuerpo es proporcional al cambio en la aceleración del cuerpo.

La fuerza resultante, también llamada fuerza neta, de la suma de fuerzas que actúan sobre el cuerpo sería:

$$\boldsymbol{R} = \sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

Las componentes en tres dimensiones de la resultante serían:

$$R_x = \sum F_x = \sum ma_x$$
$$R_y = \sum F_y = \sum ma_y$$
$$R_z = \sum F_z = \sum ma_z$$

La relación anterior es la **ecuación fundamental de la mecánica**. Si se conoce el tipo de fuerza que actúa sobre el cuerpo, es posible describir su movimiento con mucha precisión.

Ahora continúa con otra forma de expresar la segunda Ley de Newton:

¿Se puede conocer el movimiento final de una colisión entre dos cuerpos si se conoce los movimientos iniciales, pero se desconoce la fuerza que cambia el movimiento?

La respuesta a la pregunta es afirmativa. Para esto es necesario definir el momento lineal de un cuerpo. El momento lineal se define como el producto de la masa por la velocidad del cuerpo:

$p = mv$

El momento es una magnitud vectorial y su dirección es la misma que la dirección de la velocidad.

La segunda ley de Newton puede reformularse en función del momento como:

La resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al cambio en el momento con respecto al tiempo del cuerpo.

$$\sum F = \frac{dp}{dt}$$

Si la masa es constante, se tiene la formulación de la segunda ley de Newton:

$$\sum F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} = ma$$

Se define el impulso como la fuerza que se aplica a un cuerpo durante un intervalo de tiempo.

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

La relación entre impulso y momento se expresa en un importante teorema llamado *teorema del impulso-momento:*

El impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula durante un intervalo determinado es igual al cambio del momento de la partícula durante el intervalo.

$$J_{neto} = \Delta p = p_f - p_i$$

Para un sistema aislado compuesto de dos cuerpos se tiene la ley de conservación del momento lineal:

El momento lineal total del sistema permanece constante cuando la fuerza externa que actúa sobre el sistema es cero.

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

Si el momento lineal del sistema es p_i y el final es p_f la ley de conservación del momento dice:

$$p_f = p_i$$

Tercera ley de Newton o ley de acción y reacción

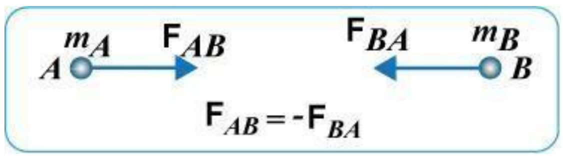
Todos los cuerpos que interactúan ejercen fuerzas iguales y opuestas sobre cada uno por instante; esto se aplica tanto a cuerpos separados interactuando gravitatoriamente como a cuerpos que ejercen fuerzas de contacto uno al otro.

La tercera Ley de Newton señala que las fuerzas siempre se presentan en pares, toda fuerza es parte de la interacción mutua entre dos cuerpos. Estas fuerzas siempre son iguales en magnitud, pero opuestas en dirección. No puede existir una fuerza aislada.

De acuerdo con lo anterior, la tercera ley de Newton dice:

Si un cuerpo A ejerce una fuerza $\boldsymbol{F}_{AB}$ sobre otro cuerpo B, el segundo cuerpo ejerce una fuerza $\boldsymbol{F}_{BA}$ de la misma magnitud, pero en sentido opuesto sobre el primero.

$$\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{AB}$$



Al par de fuerzas $\boldsymbol{F}_{AB}$ y $\boldsymbol{F}_{BA}$, debido a la interacción de los dos cuerpos, suele llamársele fuerza de acción y de reacción. Cualquiera de las dos fuerzas podría ser la acción y la otra la reacción. Las fuerzas de acción y reacción siempre operan sobre cuerpos diferentes. Si se observa que dos fuerzas de la misma magnitud operan en sentido opuesto, pero sobre el mismo cuerpo, no pueden ser fuerzas de acción-reacción porque no operan sobre cuerpos diferentes.

Un ejemplo de pares de fuerza acción reacción sería un cuerpo en caída libre. Observa con atención la siguiente figura.

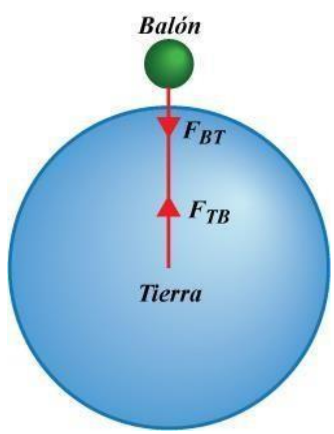


Figura 14. *Cuerpo en caída libre.*

La fuerza que actúa sobre el balón es la fuerza de gravedad, F_{TB}, debido a la atracción gravitacional de la Tierra, pero el cuerpo también ejerce una fuerza F_{BT} de la misma magnitud sobre la Tierra. También observa el sistema Luna-Tierra

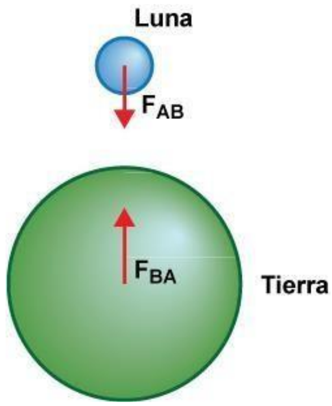


Figura 15. *Sistema Luna-Tierra.*

La Luna ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{BA}$ sobre la Tierra y la Tierra ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{AB}$ sobre la Luna, ambas debido a la atracción gravitacional. Nota que las fuerzas tienen la misma magnitud, en dirección contraria, pero aplicadas a diferentes cuerpos.
Observa con atención la siguiente imagen:

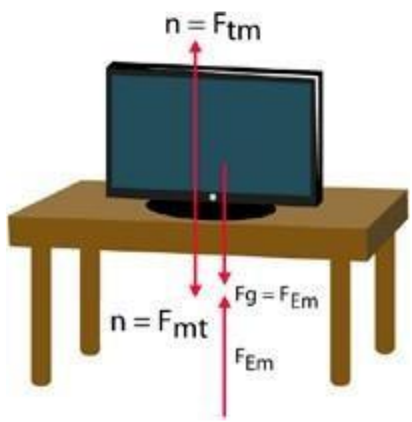


Figura 16. *Televisión sobre una mesa.*

En la figura 16 se tienen dos pares de fuerzas, la fuerza que ejerce la TV sobre la mesa, $\boldsymbol{F}_{tm}$, y la fuerza de la mesa sobre la TV, $\boldsymbol{F}_{mt}$; por otro lado, la fuerza que ejerce la Tierra sobre la TV, $\boldsymbol{F}_g = \boldsymbol{F}_{Em}$, y la fuerza que ejerce la TV sobre la Tierra,$\boldsymbol{F}_{mE}$.

Ley de la gravitación universal

Una de las fuerzas de no contacto más importantes y universales de la naturaleza es la fuerza de atracción gravitacional. La ley que describe esta fuerza entre dos cuerpos fue propuesta por Isaac Newton en 1665. Con esta ley es posible explicar el movimiento de las galaxias, los cúmulos entre ellas, de los planetas, de la luna y de los cuerpos en caída libre cerca de la superficie terrestre.

La fuerza que se ejerce entre dos cuerpos debido a su masa, ***la fuerza gravitacional***, es sólo una de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza; las otras tres son ***la fuerza electromagnética****,* que abarca las interacciones eléctricas y magnéticas y que une átomos y la estructura de los sólidos; ***la fuerza nuclear débil***, que causa ciertos procesos de desintegración entre las partículas fundamentales, y ***la fuerza nuclear fuerte***, que opera entre las partículas fundamentales y se encarga de mantener el núcleo unido. La fuerza gravitacional actúa en todo el universo.
Newton formuló dicha ley en los siguientes términos:

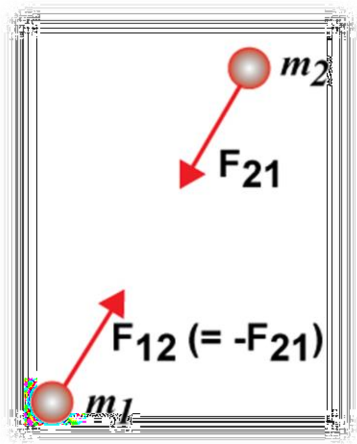
> Un cuerpo del universo atrae a todos los demás cuerpos con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. La dirección de la fuerza sigue la línea que une a las partículas.

Para dos cuerpos con masa m_1 y m_2, separados una distancia, r la fuerza gravitacional sería:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Donde G es la ***constante gravitacional*** con un valor de:

$$G = 6.67x10^{-11} N.m^2/kg^2$$



De forma vectorial se puede expresar la Ley de Gravitación Universal entre dos cuerpos como

$$\boldsymbol{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\hat{\boldsymbol{r}}_{12}$$

para el primer cuerpo, y como

$$\boldsymbol{F}_{21} = -G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\hat{\boldsymbol{r}}_{21}$$

para el segundo cuerpo.
En $\hat{\boldsymbol{r}}_{12}$ y $\hat{\boldsymbol{r}}_{21}$ son los vectores unitarios a lo largo de la línea recta que une ambos cuerpos y *r* es la distancia que los separa. Los vectores unitarios se definen como

$$\hat{\boldsymbol{r}}_{12} = \frac{\bar{\boldsymbol{r}}_{12}}{r_{12}}$$

El vector en la dirección del cuerpo 1 al cuerpo 2, sobre la línea que los une, entre la magnitud del mismo. Y lo mismo para el vector unitario que va del cuerpo 2 al cuerpo 1.

$$\hat{r}_{21} = \frac{\bar{r}_{21}}{r_{21}}$$

Variación de la gravedad con la altitud

La magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre un cuerpo de masa m situada en un punto externo a una distancia r del centro de la Tierra, con masa M_T está dado por

$$F = G\frac{M_T m}{r^2}$$

Por la segunda ley de Newton, la fuerza gravitacional sería:

$$F = mg_0$$

Donde g_0 es la aceleración debida a la atracción gravitacional de la Tierra. Al igualar ambas expresiones, se obtiene el valor de la aceleración de la gravedad mediante:

$$g_0 = G\frac{M_T}{r^2}$$

Con la expresión anterior se puede saber el valor de g a diferentes alturas sobre la superficie terrestre, como se muestra en la tabla de la izquierda.

Altitud (km)	Ubicación	$g_0(m/s^2)$
0	Superficie terrestre	9.83
10	Altitud de autonomía de vuelo	9.80
100	Parte superior de la atmósfera	9.53
400	Ór ita de nave espacial	8.70
35,700	Órbita de satélite de comunicaciones	0.225
380,000	Órbita lunar	0.0027

Trabajo y energía

La dinámica tiene como fin describir el movimiento de un cuerpo si se conocen las fuerzas que actúan sobre él. Es decir, cómo varía su posición con respecto al tiempo. En este contenido se describe el movimiento de algunos cuerpos cuando se le aplica una fuerza constante y se amplía el estudio con fuerzas que dependen de la posición de una partícula revisando los conceptos de trabajo, energía cinética y la ley de la conservación de energía.

Se define el trabajo efectuado por una fuerza sobre una partícula como el producto de la fuerza por el desplazamiento durante el cual actúa dicha fuerza.

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{d}$$

El trabajo es el producto escalar de los vectores fuerza y desplazamiento; su magnitud, de acuerdo con la definición de producto escalar, sería

$$W = fd\cos\theta$$

La componente del vector fuerza que realiza trabajo es la que se encuentra en la dirección del desplazamiento.

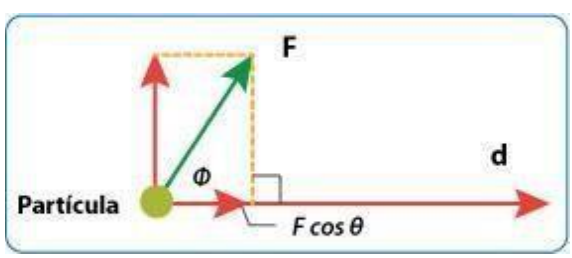
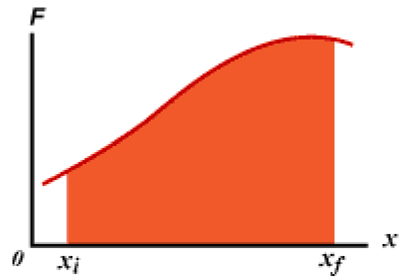


Figura 17.

La unidad del trabajo en el sistema internacional de medidas es el joule, abreviado ***J***, entonces

$$1\,J = 1\,N \cdot m$$

Se habla de **fuerza variable**; si la fuerza cambia con la distancia, entonces la fuerza sería una función de la distancia $F = F(x)$, gráficamente, para el desplazamiento $x_f - x_i$ se tendría:



Gráfica 9.

El trabajo correspondería al área que se encuentra bajo la curva en el intervalo $x_f - x_i$. El trabajo total de la fuerza F al desplazar un cuerpo desde x_i hasta x_f se calcula con la integral

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

Energía cinética y potencial

Se presenta ahora cómo afecta el trabajo el movimiento de una partícula. Se considera el trabajo debido a todas las fuerzas que actúan sobre la partícula, la resultante de las fuerzas o la fuerza neta. Esta fuerza neta cambiará la velocidad de la partícula desde una velocidad v_i a una velocidad v_f; si la fuerza es **constante**, la aceleración es constante, y el trabajo realizado por la fuerza sobre ella, desde la posición x_i hasta la posición x_f, será:

$$W = R(x_f - x_i) = m\boldsymbol{a}(x_f - x_i)$$

Como la aceleración es constante, se puede usar la relación

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

Despejando, se obtiene

$$(x_f - x_i) = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Sustituyendo

$$W = ma\frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$$

Reacomodando

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Al término

$$\frac{1}{2}mv^2$$

Se le conoce como energía cinética y será representa por k

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Lo que indica la relación anterior es que:

El trabajo que la fuerza neta realiza sobre la partícula durante el intervalo $(x_f - x_i)$ es igual al cambio en la energía cinética de la partícula.

$$\boldsymbol{W = K_f - K_i = \Delta K}$$

A la relación anterior se le conoce como el ***teorema del trabajo-energía.*** Aunque se ha

Calculado para una fuerza neta constante, el Teorema también es válido para una fuerza variable.

En ocasiones es necesario saber a qué velocidad se realiza el trabajo, por lo que se define la potencia, ***P***, como la razón de cambio del trabajo en el intervalo de tiempo que la fuerza actúa sobre el cuerpo. La potencia promedio, $\bar{P}$, que desarrolla un agente externo y que ejerce una fuerza sobre un cuerpo en un intervalo de tiempo dado es

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

La potencia instantánea sería

$$P = \frac{dW}{dt}$$

La unidad de potencia en el sistema internacional de unidades es el watt, abreviado W.

$$1\,W = 1\,\frac{J}{s}$$

De la expresión anterior se puede observar que el trabajo también lo puedes expresar como potencia x tiempo

$$W = Pt$$

La potencia también puede expresarse en términos de la velocidad del cuerpo

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{ds}}{dt} = \boldsymbol{F}\frac{\boldsymbol{ds}}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$$

Como es un producto escalar

$$P = Fv\cos\theta$$

Si la fuerza es paralela a la velocidad, entonces $\cos\theta = 1$ y se tendría

$$P = Fv$$

Se entiende por ***energía potencial*** la energía almacenada en la configuración de un sistema de cuerpos que ejercen fuerza uno sobre otro. La energía potencial sólo puede ser usada cuando se habla de fuerzas conservativas; cuando en un sistema aislado actúan fuerzas conservativas, entonces la energía cinética ganada por el sistema cuando sus elementos cambian sus posiciones relativas unos con otros implican la pérdida o ganancia igual de energía potencial del sistema. A este balanceo de las dos formas de energía se le llama ***principio de conservación de la energía mecánica*****.**

La energía potencial se encuentra en el universo en varias formas: como la gravitacional, la electromagnética, la química y la gravitacional. No obstante, una forma de energía puede ser convertida en otra. Un ejemplo de esto es cuando un sistema consiste en una batería conectada a un motor, la energía química de una batería se puede convertir en energía cinética conforme el eje de un motor gira. Para explicar la energía cinética y potencial con más detalle se considera el sistema *balón-Tierra*. Observa con atención la figura 18.

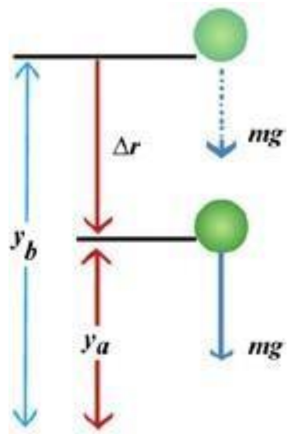
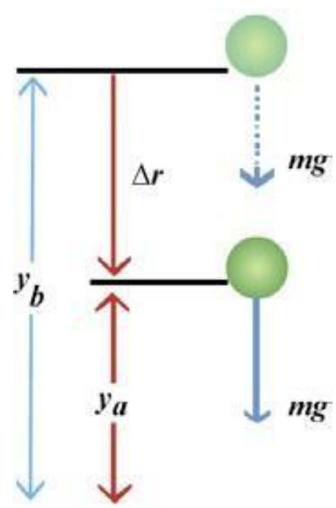


Figura 18.

¿Qué observaste? Se realiza trabajo al levantar el balón lentamente $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{y_b} - \boldsymbol{y_a}$, este trabajo hecho en el sistema aparecerá como un incremento en la energía del sistema. El balón se encuentra en reposo antes de realizar el trabajo y está en reposo después de realizarlo, por lo que no existe un cambio en la energía cinética del sistema.
Como no hay un cambio en la energía cinética o interna del sistema, la energía debe aparecer como otro tipo de energía almacenada. Si el balón se deja caer, esta energía acumulada se convertiría en energía cinética, pero sólo hasta que se le permita caer, a esta energía almacenada se le llama **energía potencial**. Para este caso particular, se llama **energía potencial gravitacional**.

El trabajo que se realiza sobre el sistema estaría dado por la expresión:

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{r} = mg\boldsymbol{j} \cdot [(y_b - y_a)\boldsymbol{j}] = mgy_b - mgy_a$$



Se asume que la fuerza es constante en el intervalo y es igual al peso del balón, el cuerpo está en equilibrio y moviéndose a velocidad constante.

De la expresión anterior, la energía potencial gravitacional sería:

$$U_g = mgy$$

La unidad de la energía potencial gravitacional es el joule. El trabajo podría ser reescrito como:

$$W = \Delta U_g$$

Que indica que el trabajo realizado sobre el sistema se traduce en un cambio en la energía potencial gravitacional del sistema.

La energía potencial gravitacional depende exclusivamente de la altura del objeto sobre la superficie de la Tierra, el mismo trabajo se realiza si el objeto es levantado horizontalmente o siguiendo cualquier trayectoria para llegar a ese punto. Se puede mostrar esto calculando el trabajo con un desplazamiento que tenga componentes verticales y horizontales:

$$W = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{r} = (mg)\boldsymbol{j} \cdot [(x_b - x_a)\boldsymbol{i} + (y_b - y_a)\boldsymbol{j}] = mgy_b - mgy_a$$

No hay término en x debido a que $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{j} = 0$

En la solución de problemas, debes seleccionar un punto de referencia donde la energía potencial gravitacional sea igual a un valor de referencia, en la mayoría de los casos donde el valor sea igual a cero. La selección de la referencia es arbitraria, lo que importa es la diferencia de la energía potencial.

Para estudiar la conservación de la energía mecánica en un sistema aislado se retoma el ejemplo anterior: al levantar el balón, existe energía potencial almacenada de acuerdo con la expresión:

$$W = \Delta U_g$$

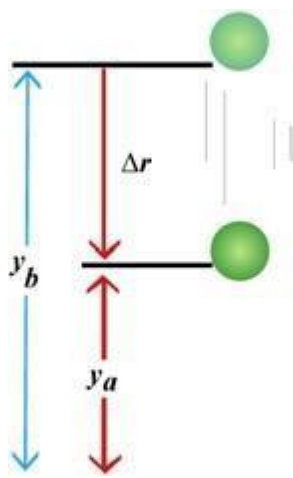


Figura 19.

Si se deja caer el balón, el trabajo realizado por la fuerza gravitacional conforme el balón llega a su punto altura original sería de:

$$W_{sobre\ el\ balón} = (m\boldsymbol{g}) \cdot \Delta \boldsymbol{r} = (-mg\boldsymbol{j}) \cdot [(y_b - y_a)\boldsymbol{j}] = mgy_b - mgy_a$$

Por el teorema del trabajo-energía cinética, el trabajo realizado sobre el balón es igual al cambio en la energía cinética del balón

$$W_{realizado\ sobre\ el\ balón} = \Delta K_{del\ balón}$$

Igualando las expresiones

$$\Delta K_{del\ bal\acute{o}n} = mgy_b - mgy_a$$

Si se relacionan ambas con el sistema balón-Tierra, se tiene

$$mgy_b - mgy_a = -(mgy_a - mgy_b) = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

Y como el balón es el único cuerpo del sistema que se está moviendo, la energía cinética del sistema sería la del balón

$$\Delta K_{del\ libro} = \Delta K$$

La ecuación del sistema quedaría

$$\Delta K = -\Delta U_g$$

Que reacomodando quedaría

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

Que indica del lado izquierdo que la energía almacenada en el sistema es la suma de la energía potencial más la energía cinética, y del lado derecho que no existe transferencia de energía a través de la frontera del sistema. El sistema balón-Tierra es aislado.
Se define la suma de la energía cinética y la energía potencial como la **energía mecánica** del sistema

$$E_{mec\acute{a}nica} = \Delta K + \Delta U_g$$

La relación puede generalizarse para todo tipo de energía potencial, entonces

$$E_{mec\acute{a}nica} = \Delta K + \Delta U$$

Donde U representa todo tipo de energía potencial en el sistema. De la expresión

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

Se tiene, al desarrollarla,

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

De donde se obtiene la importante relación de la conservación de la **energía mecánica para un sistema aislado**

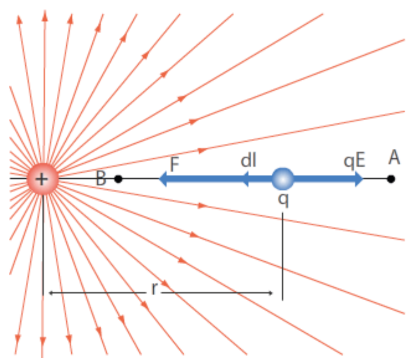
$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

La energía en un sistema aislado se conserva; la suma de la energía potencial y la energía cinética permanece constante.

Fuerzas conservativas y no conservativas

Si en un sistema aislado el trabajo que se realiza sobre un cuerpo no depende de la trayectoria y depende sólo de la posición en que se encuentra el cuerpo, se dice que la fuerza que se aplica al cuerpo es conservativa. ***Una fuerza conservativa*** deberá cumplir con las siguientes propiedades:

1. El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre una partícula moviéndose entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida por la partícula.
2. El trabajo hecho por una fuerza conservativa sobre una partícula moviéndose a través de una trayectoria cerrada es cero.



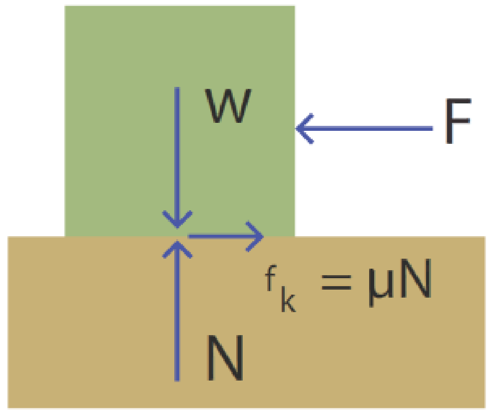
Fuerza conservativa

Un ejemplo de fuerza conservativa es la fuerza de gravedad, el trabajo que se realiza sobre un cuerpo donde depende de la posición inicial y final $W = mgy_f - mgy_i$, si el cuerpo sigue una trayectoria cerrada entonces $y_f = y_i$ y el trabajo es cero.

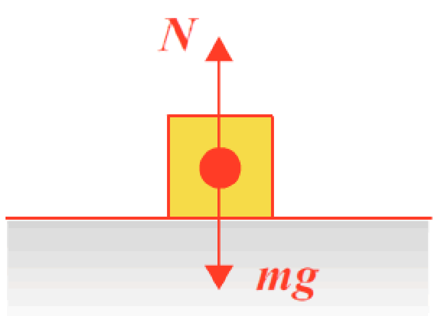
Se puede asociar una energía potencial a cualquier sistema aislado cuyos componentes interactúen entre sí por medio de una fuerza conservativa.

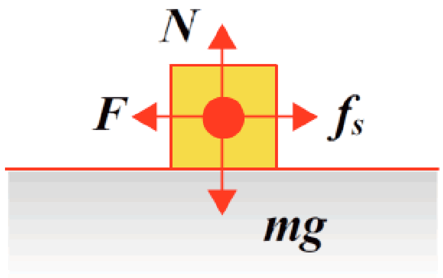
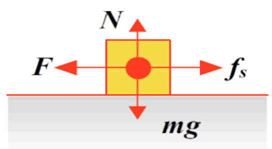
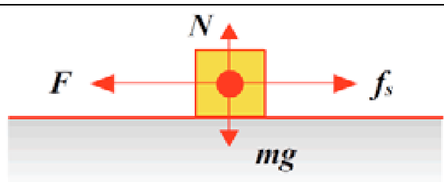
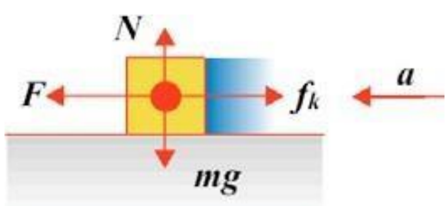
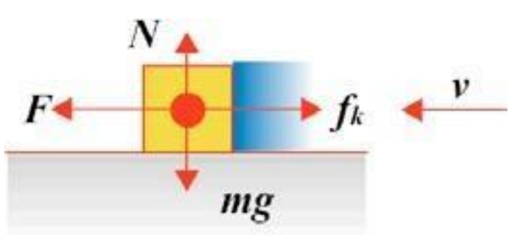
Una ***fuerza es no conservativa*** si no se cumplen las propiedades 1 y 2 antes señaladas. Una fuerza no conservativa que actúa sobre el sistema produce un cambio en la energía mecánica $E_{mecánica}$ del sistema.

Un ejemplo de fuerza no conservativa es la fuerza de fricción, el trabajo que se realiza sobre el cuerpo donde actua la ***fuerza de fricción*** depende de la trayectoria.



Fuerza no conservativa.

 Figura 20.	Por fricción se considera una interacción de contacto entre sólidos. Siempre que la superficie de un cuerpo se desliza sobre la otra, ejerce una fuerza de fricción entre sí y tiene una dirección contraria a su movimiento en relación con el otro cuerpo. Las fuerzas de fricción se oponen al movimiento relativo y nunca lo favorecen. Considerando el cuerpo en reposo de la figura. La fuerza que actúa sobre el cuerpo es la fuerza de gravedad, su peso, y la fuerza normal debido a la superficie.
	Si se aplica una fuerza F para mover el cuerpo, éste no se moverá si se aplica una fuerza pequeña, lo que significa que esta fuerza está equilibrada con otra fuerza opuesta f_s a la aplicada, y que se debe a la superficie de contacto. A esta fuerza se le llama fuerza de fricción estática y es proporcional a la fuerza normal e independiente del área de contacto. A la constante de proporcionalidad se le conoce como coeficiente de fricción estática de la

 Figura 21.	superficie. Entonces, $f_s \leq \mu_s N$ En donde μ_s es el coeficiente de fricción estática y N la magnitud de la fuerza normal. El signo de igualdad aparece sólo cuando $f_s$alcanza su valor máximo.
 Figura 22.	Al aumentar la fuerza F también aumentará la fuerza de fricción estática f_s.
 Figura 23.	Llegará un momento en el que el cuerpo dejará de estar en reposo y comenzará a acelerar. Superando la fuerza de fricción estática.
 Figura 24.	Cuando el cuerpo acelere, la fuerza necesaria para mantener el movimiento uniforme sin aceleración es menor a la que se utilizó para romper el reposo. En este caso la fuerza que se opone al movimiento es la fuerza de fricción cinética f_k.
 Figura 25.	La fuerza de fricción que se opone al movimiento acelerado entre dos superficies se llama fuerza de fricción cinética f_k , es independiente del área de contacto y proporcional a la magnitud de la fuerza normal; a la constante de proporcionalidad se le conoce como coeficiente de fricción cinético μ_k , entonces

$f_k = \mu_k N$

Observa que la fuerza de fricción cinética y estática son magnitudes escalares.

Superficies

Superficies	μ_s	μ_k
Madera contra madera	0.25-0.5	0.2
Vidrio contra vid io	0.9 1.0	0.4
Acero contra acero, superficies limpias	0.6	0.6
Acero contra acero, superficies lubricadas	0.09	0.05
Hule contra concreto seco	1.0	0.8
Teflón contra teflón	0.04	0.04

Para muchas aplicaciones prácticas, es necesario conocer los coeficientes de fricción estática y cinética. Es un hecho experimental que los valores de μ_s y de μ_k dependen del material de las superficies y casi siempre se pueden considerar como constantes. Se pueden ver algunos de estos valores de materiales comunes en la tabla adjunta.

Considerando un sistema donde actúen fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas. Debido a las primeras, la energía del sistema no cambia, pero por las fuerzas no conservativas la energía mecánica del sistema cambia.

Se toma como ejemplo un balón resbalando sobre una superficie plana inclinada, como se ilustra a continuación:

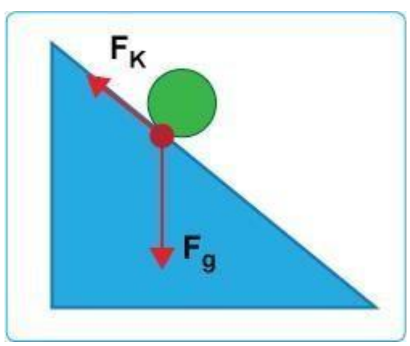


Figura 26.

Si el cuerpo se desplaza una cantidad d, el trabajo que la fuerza de fricción cinética realiza sobre el cuerpo sería $f_k d$. Como además el balón al desplazarse cambia su energía potencial y cinética, el cambio en la energía mecánica del sistema sería entonces:

$$\Delta E_{mecánica} = \Delta K + \Delta U_g = -f_k d$$

Este resultado se puede generalizar para todo tipo de energía potencial para un sistema en donde actúa una fuerza de fricción.

$$\Delta E_{mecónica} = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

Se puede definir una función de energía potencial U de tal manera que el trabajo realizado por una fuerza conservativa sea igual a la disminución de la energía potencial del sistema. Si en un sistema la configuración cambia al moverse una partícula en la dirección x, el trabajo realizado por una fuerza conservativa es

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U$$

Donde F_x es la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. Se puede escribir la relación anterior como

$$\Delta U = U_f - U_i = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx$$

Si se establece dentro del sistema un punto de referencia x_i donde se puedan medir todas las diferencias en la energía potencial, se define la función energía potencial como

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x dx + U_i$$

Si la fuerza conservativa se conoce, se puede calcular con la relación anterior el cambio en la energía potencial del sistema cuando un cuerpo se desplaza del punto x_i al punto x_f.

Por otro lado, en lugar de inicar con las leyes de Newton para resolver problemas que tengan que ver con fuerzas conservativas, se puede usar la expresión:

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

Siempre se tienede a buscar algo que sea constante en el movimiento de un cuerpo para poder resolver problemas; cuando la energía es constante, se puede iniciar la solución del problema con la ecuación

$$\frac{1}{2} m v^2 + U(x) = \frac{1}{2} m v_0^2 + U(x_0) = E$$

Y en una dimensión, la relación entre la fuerza y la energía potencial sería:

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Modelos en fluidos

Los fluidos son una parte esencial de la vida, los encuentras en todo lugar, el agua que bebes, la sangre que circula en tu organismo, el aire que respiras, las corrientes que controlan el clima. Los fluidos son cualquier sustancia que fluye, los encuentras en estado líquido o gaseoso.

En este contenido se inicia con el estudio de fluidos en equilibrio, así como otras situaciones en equilibrio, se usará la primera y la tercera ley de Newton para describir el fluido, y en el contenido de *Dinámica de fluidos* se hará uso de la segunda ley de Newton.

Estática de fluidos

La estática de fluidos estudia los fluidos en reposo y los objetos en el seno de dichos fluidos. La presión en un fluido es la fuerza por unidad de área ejercida por el fluido sobre una superficie:

$$P = \frac{F}{A}$$

La unidad de presión es newton por metro cuadrado N/m^2, unidad llamada pascal:

$$1\,Pascal = 1\,N/m^2$$

La presión ρ en un fluido en reposo cambia con la profundidad h en el fluido de acuerdo con

$$P = P_0 + \rho g h$$

Donde P_0 es la presión en $h = 0$, y ρ es la densidad del fluido. El fluido debe ser uniforme para que la densidad sea constante.

De la imagen observa que, si el cuerpo de agua se encuentra en equilibrio, entonces

$$\sum \boldsymbol{F} = PA\boldsymbol{j} - P_0A\boldsymbol{j} - Mg\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$$

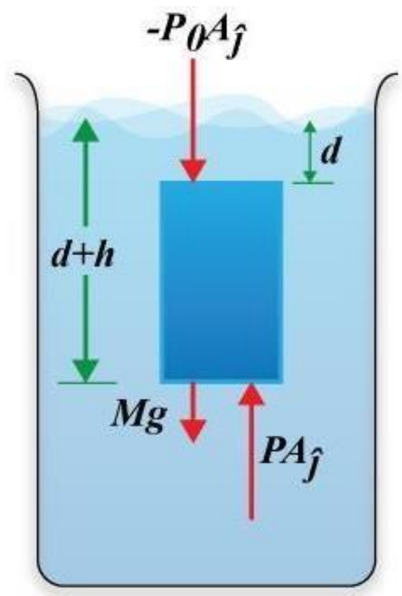


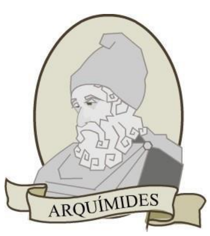
Figura 27.*La presión P a una profundidad h debajo de un punto en donde la presión es Po es mayor por* $\rho g h$.

Entonces

$$PA - P_0A - \rho Ahg = 0$$

$$PA - P_0A = \rho Ahg$$

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h}$$



El **principio de Arquímedes** menciona que, cuando un cuerpo es parcial o completamente sumergido en un fluido, el fluido ejerce sobre el objeto una fuerza hacia arriba llamada fuerza de flotación o empuje. De acuerdo con el principio de Arquímedes, la magnitud de fuerza de flotación o empuje es igual al peso del fluido desplazado por el objeto.

$$\boxed{B = \rho_{fluido}\, g V}$$

En donde ρ_{fluido} es la densidad del fluido, g la fuerza de gravedad y V el volumen desplazado por el objeto.

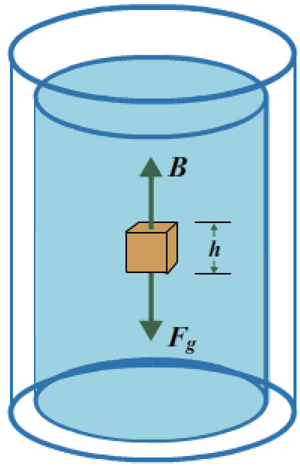


Figura 28. *Las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo son la fuerza de gravedad* F_g *y la fuerza de flotación o empuje* B. *Cuando el cuerpo se encuentra en equilibrio, la fuerza de flotación y la fuerza de gravedad son iguales* $F_g = B$.

El principio de Pascal menciona que, cuando se aplica presión a un líquido confinado, la presión se transmite sin menoscabo en cada punto en el fluido y a cada punto sobre las paredes del contenedor.

Dinámica de fluidos

Si se asume que el fluido es no viscoso e incomprensible y que el movimiento del fluido es constante sin ninguna rotación, se tendrá un fluido ideal. Si un fluido con estas características fluye a través de un tubo de tamaño no uniforme, se aplica lo siguiente:

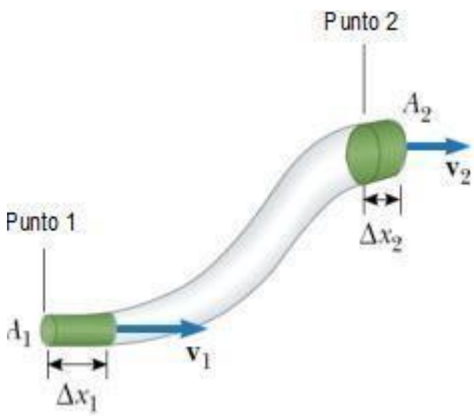


Figura 29.

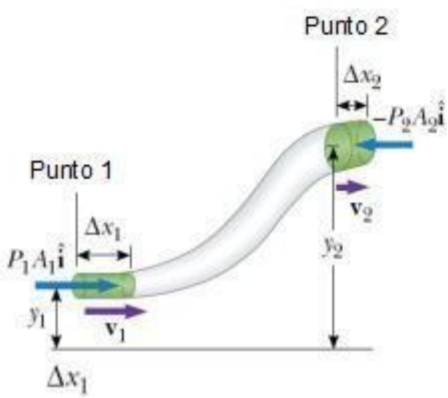


Figura 30. *El volumen de la porción sombreada a la izquierda es igual al volumen de la porción sombreada a la derecha.*

La proporción del flujo (el volumen de flujo) a través del tubo es constante; esto es equivalente a decir que el producto del área transversal y la velocidad v en cualquier punto es una constante.

Este resultado se expresa por la **ecuación de continuidad para los fluidos:**

$$A_1v_1 = A_2v_2 = constante$$

La suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial por unidad de volumen tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de la línea de corriente. Este resultado se resume en la **ecuación de Bernoulli:**

$$P = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = constante$$

Esta expresión dice que la presión de un fluido disminuye conforme la velocidad del fluido aumenta. Por otro lado, la presión disminuye conforme la altura aumenta.

Cierre de la unidad

El universo presenta una gran variedad de objetos en movimiento. Las estrellas más distantes se alejan a velocidades del orden de los cien mil kilómetros por segundo, mientras sobre la superficie de la tierra, buques, aviones, trenes y ascensores son movidos por motores de combustión interna, turbinas o motores eléctricos.

En esta vertiente has podido estudiar las leyes de la mecánica clásica y de la gravitación universal, que basan sus principios en el estudio del tiempo, espacio, simultaneidad, masa y fuerza, lo cual permite predecir los movimientos del sistema solar (incluyendo cometas y asteroides), así como el estudio del espacio, a través de satélites, o el análisis de una pelota en reposo y sus efectos ante la aplicación de una fuerza.

Ahora continúa el estudio de la *Unidad 2.* ¡Enhorabuena!

Para saber más

Para reforzar tus conocimientos sobre el tema, puedes resolver los siguientes problemas:

- **El principio de Arquímedes**

Una de las anécdotas más conocidas sobre Arquímedes cuenta cómo inventó un método para determinar el volumen de un objeto con una forma irregular.

Según Vitruvio, Hierón II ordenó la fabricación de una nueva corona con forma de corona triunfal, y le pidió a Arquímedes determinar si la corona estaba hecha sólo de oro o si, por el contrario, un orfebre deshonesto le había agregado plata en su realización. Arquímedes tenía que resolver el problema sin dañar la corona, así que no podía fundirla y convertirla en un cuerpo regular para calcular su masa y volumen, a partir de ahí, su densidad. Mientras tomaba un baño, notó que el nivel de agua subía en la bañera cuando entraba, y así se dio cuenta de que ese efecto podría ser usado para determinar el volumen de la corona.

¿Cómo pudo Arquímedes resolver el problema?
Considera que la corona pesaba un kilogramo.

Para resolver el problema de la corona, puedes encontrar información en:
Busca información en http://scholar.google.com

Revisa los siguientes sitios:

- Slisko, Josip.(2006). Sacándole más jugo al problema de la corona segunda parte: l tratamiento cuantitavo. Rev. Eureka. Enseñ. Divul. Cien. (3)1. Consultado el 9 de febrero de 2011 de http://www.apac-eureka.org/revista/Volumen3/Numero_3_1/Slisko_2006.pdf
- San Miguel H. J.R. (2004). El hombre más peligroso del mundo. El cato blepas. Núm 25. Consultado el 9 de febrero de 2011 de http://www.nodulo.org/ec/2004/n025p08.htm

- **El vuelo de un avión**

El vuelo de un avión puede explicarse usando la tercera Ley de Newton y el principio de Bernoulli.

- Elabora un diagrama de cuerpo libre mostrando las fuerzas que actúan sobre el avión.
- Explica cada una de las fuerzas e indica si son acción reacción.
- Dibuja un esquema que muestre las líneas de corriente en las alas del avión.
- Usa el Principio de Bernoulli para describir el fenómeno.
- Explica porque vuela un avión sustentando tus argumentos con modelos físicos.

Para resolver el problema del avión puedes consultar los siguientes sitios:

- Raush, M. (2007) Los Hermanos Wright y el avión. Weeklyreader. USA. Revisado el 9 de febrero de 2011 de books. Google.com
- Verstraete, M.L., Preidikman, S. Massa, J.J. (2010). Características aerodinámicas de aviones no-tripulados con alas que mutan. Asociación Argentina de Mecánica Computacional. Mecánica computacional. Vol XXIX. Argentina. Consultado el 9 de febrero de 2011 de http://www.amcaonline.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/3365/3283
- Jacobo M. C. y Zimán B.D. El dirigible y el transporte público. Elementos. Núm 12, año 3 vol. 2. México. Consultado el 11 de febrero de 2011 de http://www.elementos.buap.mx/num12/pdf/19.pdf

Fuentes de consulta

1. Arons, A. B. (1997). *Teaching introductory physics*. New York: John Wiley & Sons.
2. Gettys, W. E., Keller, F. J. et al. (2005). *Física para ciencias e ingeniería.* Madrid: McGraw-Hill.
3. Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2001). *Fundamentos de Física*. México: CECSA.
4. Hewitt, P. G. (2009). *Física conceptual*. México: Pearson Educación Addison Wesley Longman.
5. M. Alonso, Finn, E.J. (2008) *Física*. España: Pearson.
6. Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. S. (2002). *Física*. México: CECSA.
7. Sears, F. W., Zemansky, M. W., et al. (2004). *Física universitaria*. México: Pearson Addison-Wesley.
8. Tipler, P. A., Mosca, G. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología*. Barcelona: Editorial Reverté.

Electrónicas

1. Brown, D. (2010). Tracker: *free video analysis and modeling tool for physics education*, [en línea]. Consultado el 6 de diciembre de 2010, en: http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/.
2. Bryan, J. A. *Video analysis investigations for physics and pathematics*, [en línea].Texas: Texas A&M University. Consultado el 6 de diciembre de 2010, en: http://www3.science.tamu.edu/cmse/videoanalysis/
3. Muellers, J. (2004). *Free mind. Adaptando la técnica de mapas conceptuales al diseño de interfaces humano-máquinas*, [en línea]. Consultado el 10 de diciembre de 2010 en: http://freemind.sourceforge.net/wiki/index.php/Main_Page