



Programa de la asignatura:

Física

U3

La luz



DCSBA



TECNOLOGÍA
AMBIENTAL



U3. La luz





Índice

Presentación de la unidad	3
Propósitos	4
Competencia específica	4
Modelo ondulatorio de la luz.....	6
Ondas	7
Reflexión	10
Refracción.....	11
Formación de imágenes.....	18
Instrumentos ópticos	25
Difracción, polarización e interferencia	28
Modelo Corpuscular de la Luz.....	33
Cuantización de la energía de una onda electromagnética	33
Emisión, absorción y dispersión de la radiación electromagnética	36
Líneas espectrales	37
Efecto fotoeléctrico.....	38
Rayos X	42
Dualidad onda-partícula de la luz	45
Evidencia de aprendizaje. Problemas prototípicos sobre la luz	46
Autorreflexiones	46
Cierre	47
Para saber más... ..	48
Fuentes de consulta.....	48



Presentación de la unidad

El interés por estudiar el comportamiento de la luz no es nuevo, de hecho los griegos ya tenían explicaciones acerca de la luz. Ellos creían que la luz estaba compuesta de partículas pequeñas que eran emitidas por las fuentes luminosas, de acuerdo a esta teoría las partículas de luz estimulaban la visión de un observador al incidir sobre su ojo. Esta teoría tenía muchos adeptos, uno muy famoso era nada menos que Isaac Newton.

La teoría corpuscular explicaba diversos fenómenos que se observaban, Newton la utilizó para explicar la reflexión y la refracción de la luz. Sin embargo, la teoría corpuscular, no era la única que explicaba el comportamiento de la luz.

El holandés Christian Huygens, un contemporáneo de Newton, logró explicar la refracción y reflexión de la luz, usando para ello una teoría ondulatoria.

Posteriormente, Thomas Young demostró que los rayos de luz interferían unos con otros, es decir, que en las regiones cercanas a dos fuentes las ondas luminosas se pueden combinar para producir un patrón de interferencia, con lo cual le dio un gran impulso a teoría ondulatoria. En 1865 Maxwell mostró que las ondas electromagnéticas se propagan con la rapidez de la luz, por lo que la luz debía ser una onda electromagnética.

Todos los logros de la teoría ondulatoria no bastaron para olvidarse de las explicaciones corpusculares de la luz, ya que a principios del siglo XX, en 1900, Max Planck propuso la idea de que la radiación electromagnética estaba cuantizada.

Posteriormente Albert Einstein en 1905 volvió a la teoría corpuscular de la luz para poder explicar que un metal puede expulsar electrones al ser expuesto a la luz, propiedad conocida como efecto fotoeléctrico.

Tiempo después se encontró que las partículas podían generar patrones de interferencia y difracción tal como la luz. Así pues los fotones, electrones y neutrones tienen manifestaciones de ondas y partículas.

Actualmente ya no se considera que la luz sea un corpúsculo o una onda, sino que tiene una doble naturaleza, es decir, que en ocasiones la luz muestra un comportamiento de partícula, pero en otras se exhibe como una onda.

En esta unidad se estudiarán en primer lugar los fenómenos que se comprenden mejor tomando como base el comportamiento ondulatorio de la luz como la reflexión, refracción, polarización e interferencia. Posteriormente se presentarán los fenómenos que pueden entenderse mejor utilizando el modelo corpuscular de la luz como el efecto fotoeléctrico y los rayos X. En la parte final se analizará el comportamiento dual onda-partícula.



Propósitos



El propósito de la unidad es que:

- Uses los conceptos que te ayuden a describir fenómenos ondulatorios y corpusculares.
- Describas las ondas.
- Identifiques los fenómenos que indican que se trata de un comportamiento corpuscular tales como: difracción, interferencia y refracción.
- Conozcas algunos conceptos de física moderna para modelar el comportamiento corpuscular de la luz.

Competencia específica



Modelar el comportamiento de aplicaciones tecnológicas para el análisis y procesamiento de imágenes mediante el uso del modelo corpuscular y ondulatorio de la luz.



Avisos importantes

Es un espacio diseñado para que tu *docente en línea* establezca su Planificación de actividades, es decir, el diseño de cada una de las actividades que debes realizar.

Recuerda estar atento a dicho espacio para revisar las indicaciones precisas, por ejemplo, fechas de entrega, formatos, materiales de consulta, actividades o ejercicios que te aportarán en tu aprendizaje.

También en este espacio tu *docente en línea* te indicará al finalizar el curso la actividad que deberás entregar en la *Actividad complementaria*, así que mantente atento a lo largo del curso, y revisa constantemente esta herramienta, porque será la comunicación directa con tu *docente en línea* sobre cada una de las actividades a entregar.

Por lo tanto, este espacio solo es de consulta y no es necesario que participes en él.



Foro de dudas

Este es un espacio de consulta y comunicación, recuerda que fue delimitado para resolver inquietudes y compartir ideas sobre los aspectos que abordarás durante el semestre.

El objetivo del foro es generar una mejor comunicación con tus compañeros(as) y *docente en línea*.

Para desarrollar algún planteamiento sobre la asignatura, deberás **realizar** lo siguiente:

1. **Revisa** los comentarios desarrollados por tus compañeros(as) para saber si ya existen aportes similares a tu planteamiento.



2. Si no es así, **describe** tu planteamiento de forma clara para que todos(as) puedan comprenderlo y te ayuden a resolverlo.

*Se recomienda que en caso de que ya exista un planteamiento hecho por alguien más y que sea similar al tuyo, puedes describir tu respuesta a este planteamiento en esa misma línea de discusión para evitar temas duplicados.

3. **Espera** a que tu *docente en línea* u otro(a) compañero(a) te responda.

Además de exponer tus dudas, puedes apoyar en contestar las que generan tus compañeros(as), si es el caso, puedes **realizar** lo siguiente:

- **Consulta** los comentarios de tus compañeros(as) y si tienes la respuesta, **ayúdalos** para que resuelvan sus inquietudes. *Recuerda que al **hacerlo** lo deberás realizar de forma respetuosa y clara, siempre enfocándote en las cuestiones académicas.

*Para dar solidez a los comentarios que hagas relacionados con el contenido de la asignatura, **respalda** tus aportes con fuentes de referencia confiables. (Artículos científicos, libros, páginas web de universidades, etc.)

*No olvides que tu *docente en línea* estará al pendiente de todos los comentarios que se emitan en el foro, ya que él es el (la) encargado(a) de mediar y cerrar este espacio.

Modelo ondulatorio de la luz

El modelo ondulatorio propone que la luz es una onda. El principal impulsor de esta teoría es Christian Huygens, quien pudo deducir las leyes de la reflexión y la refracción considerando la teoría ondulatoria.

Sin embargo, la primera prueba clara de la naturaleza ondulatoria de la luz la ofreció Thomas Young, con su experimento de la doble rendija. Su dispositivo consistía en dos agujeros pequeños muy cercanos entre sí en una lámina, de manera que cuando colocaba una fuente de luz detrás de ella se producía un patrón de interferencia. Así pues, Young con su experimento de la doble rendija ensalzó la teoría ondulatoria.



Por otro lado, en el campo de la electricidad y el magnetismo, Maxwell resumió y amplió el conocimiento que se tenía hasta entonces sobre este tema. A esta síntesis se le conoce como las ecuaciones de Maxwell, con ellas pudo demostrar que una perturbación electromagnética se puede propagar como una onda transversal y además que su velocidad de propagación es la misma que la de la luz, de donde concluyó que la luz era una onda electromagnética.

Ondas

Es común encontrar objetos que vibran u oscilan: las cuerdas de una guitarra, el movimiento de un péndulo. Actualmente se sabe que también los átomos vibran en torno a cierta posición.

El movimiento ondulatorio se relaciona estrechamente con el fenómeno de la vibración. Las ondas sísmicas, el sonido, las ondas que se producen en la superficie del agua son producidas por vibraciones.

La mayor parte de la información que se recibe llega en forma de algún tipo de onda. El sonido llega hasta sus oídos en forma de ondas. Obtiene información del mundo que los rodea usando sus ojos, pues bien la información que obtiene de esta manera llega también en forma de ondas electromagnéticas. De la misma manera las señales que reciben tanto la televisión como el radio son ondas electromagnéticas.

Descripción del movimiento ondulatorio

Considérese una función $\psi = f(x)$, que gráficamente se representa por una curva continua como la que se muestra en la figura 1.

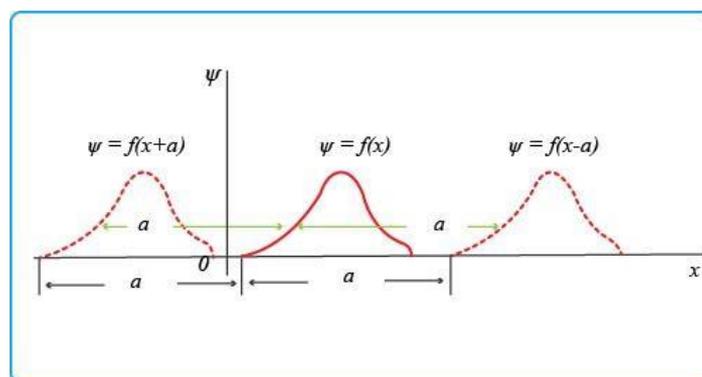


Fig. 1. Variación de la función ψ .

Si se cambia x por $x - a$, se obtiene la función $\psi = f(x - a)$, los valores de la función no cambian, por lo que se obtiene una curva de la misma forma. Si a es positiva la curva se desplaza, sin deformación, hacia la derecha. De la misma



manera se tiene que $\psi = f(x + a)$ corresponde a un desplazamiento rígido de la curva hacia la izquierda.

Si se hace $a = vt$, donde t es el tiempo y v es la velocidad, se obtiene una curva viajera, lo cual significa que $(x, t) = f(x - vt)$, representa una curva que se mueve hacia la derecha con velocidad v , llamada velocidad de fase. De la misma manera $(x, t) = f(x + vt)$ representa una curva que se mueve hacia la izquierda con velocidad v . De manera que una expresión de la forma $(x, t) = f(x \mp vt)$, se puede usar para representar un patrón que viaja sin deformación en la dirección del eje x , a esto se le llama movimiento ondulatorio. La cantidad (x, t) puede representar diversas cantidades físicas como la deformación de un sólido, el campo eléctrico o magnético.

Un caso especial importante es aquel en el cual la función (x, t) es una curva seno o coseno. Éstas se conocen como ondas sinusoidales o bien ondas armónicas. Este tipo de ondas tienen un significado especial, ya que cualquier forma de onda se puede expresar como una superposición de ondas armónicas.

Así pues, considerando el caso de la función seno se tiene que

$$\psi(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt)$$

La cantidad k , conocida como número de onda, tiene un significado especial, para observarlo se cambia en (x, t) el valor de x por $x + 2\pi/k$, de manera que

$$\psi\left(x + \frac{2\pi}{k} - vt\right) = A \operatorname{sen} k\left(x + \frac{2\pi}{k} - vt\right) = A \operatorname{sen}[k(x - vt + 2\pi)] = \psi(x - vt)$$

Entonces $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ es el periodo espacial, es decir, la curva se repite a sí misma cada longitud λ . A la cantidad λ se le llama longitud de onda y un aumento o disminución en la dirección x en la cantidad λ debe dejar ψ inalterada, es decir $(x, t) = (x \pm \lambda, t)$, como se muestra en la figura 2.

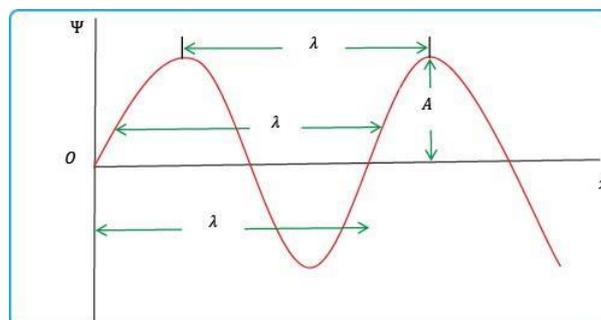


Fig. 2. Onda armónica.



Así que el número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ representa el número de longitudes de onda en la distancia 2π .

De manera que

$$\psi(x, t) = A \operatorname{sen} k(x - vt) = A \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$$

Representa una onda armónica de longitud de onda λ propagándose hacia la derecha con respecto al eje x con velocidad v .

De forma parecida se puede analizar el periodo temporal τ . Este es el tiempo que le toma a la onda completa pasar por un punto fijo. En este caso el comportamiento repetitivo de la onda en el tiempo es el que interesa, de manera que

$$\psi(x, t) = \psi(x, t \pm \tau)$$

Además,

$$\operatorname{sen}(x - vt) = \operatorname{sen} k[x - v(t \pm \tau)] = \operatorname{sen}[k(x - vt) \pm 2\pi]$$

De aquí se tiene que $kv\tau = 2\pi$, puesto que estas son todas cantidades positivas. De manera que

$$\frac{2\pi}{\lambda} v\tau = 2\pi$$

De donde se obtiene que

$$\tau = \frac{\lambda}{v}$$

El periodo es el número de unidades de tiempo por onda, el inverso es la frecuencia ν o el número de ondas por unidad de tiempo. Entonces

$$\nu = \frac{1}{\tau}$$

La unidad de frecuencia en el Sistema Internacional es el Hertz (Hz).

Otra unidad que se utiliza para describir el movimiento ondulatorio es la frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ medida en radianes por segundo ($\frac{rad}{s}$).



Reflexión

Frentes de onda

Cuando se tira una piedra en un charco se genera un conjunto de ondas circulares que se alejan del punto donde cayó la piedra dentro del charco como se muestra en la figura 3.

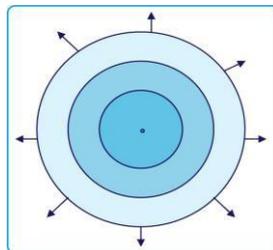


Fig. 3. Ondas en un charco.

Las ondas circulares viajan alejándose del centro, en la dirección en la que muestran las flechas en la figura anterior. A esas flechas se les llama rayos y son siempre perpendiculares a los frentes de onda, de manera que se puede especificar el movimiento de una onda con los rayos o dibujando la onda. Si se considera el caso en que están situados lejos de la fuente de ondas, los frentes de onda serán aproximadamente líneas rectas, o bien planos, en el caso en que esté en tres dimensiones. De manera que a grandes distancias de la fuente las ondas son ondas planas y los rayos son paralelos.

Reflexión

Considérese una onda plana que se propaga en un medio (1) en la dirección que se muestra en la figura 4.

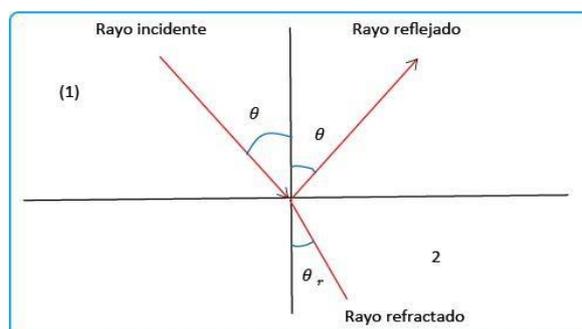


Fig. 4. Onda plana moviéndose entre dos medios.

Los experimentos muestran que cuando la onda alcanza la superficie plana AB , que separa al medio (1) del medio (2), una onda se transmite al segundo medio y otra regresa al medio 1. Estas son las ondas refractadas y reflejadas, respectivamente. Experimentalmente se encuentra que:



El rayo incidente y el reflejado está en un mismo plano que es normal a la superficie de separación. El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, es decir,

$$\theta_i = \theta_r$$

Estos enunciados se conocen como las leyes de la reflexión y siguen siendo válidas aun cuando la superficie de onda y la superficie de separación no sean planas. Esto se debe a que en cada punto hay una sección de cada una de las superficies que se puede considerar plana y los rayos en ese punto se comportan de acuerdo a las leyes de la reflexión.

Refracción

Algunos de los fenómenos que interesa estudiar en este tema es el por qué una regla metida en agua parece doblarse, ¿qué es lo que realmente se dobla? ¿En qué fenómenos se produce este cambio en la dirección?

El cambio de dirección se puede observar en muchos fenómenos, por ejemplo, cuando se viaja en aguas tranquilas sobre una lancha de remos, al introducir uno de éstos en el agua mantenido el otro en el aire se observa que la lancha gira en la dirección en la que se introdujo el remo. De la misma manera, los aviones utilizan un mecanismo similar al de la lancha para girar. Se pueden mencionar otros dos ejemplos en los que se produce un cambio de dirección: dos ruedas refractándose y el problema del salvavidas.

Ruedas refractándose

Observen un par de ruedas que se mueve en línea recta y una de las llantas toca primero una superficie más rugosa como se muestra en la figura 5.

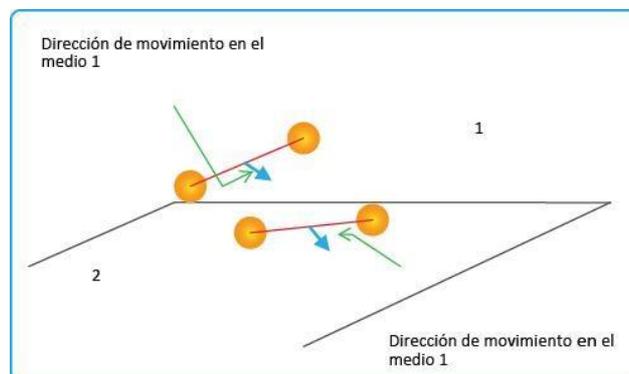


Fig. 5. Dos ruedas moviéndose entre dos superficies.



Como una de las ruedas se mueve a una velocidad menor dentro del segundo medio entonces ocurre un cambio de dirección. Si en el segundo medio la rapidez es menor entonces el nuevo camino se acerca a la normal, línea perpendicular a la línea que une las dos superficies, y si por el contrario es más rápido que el primero entonces se aleja de la normal como se muestra en las figuras 6 y 7.

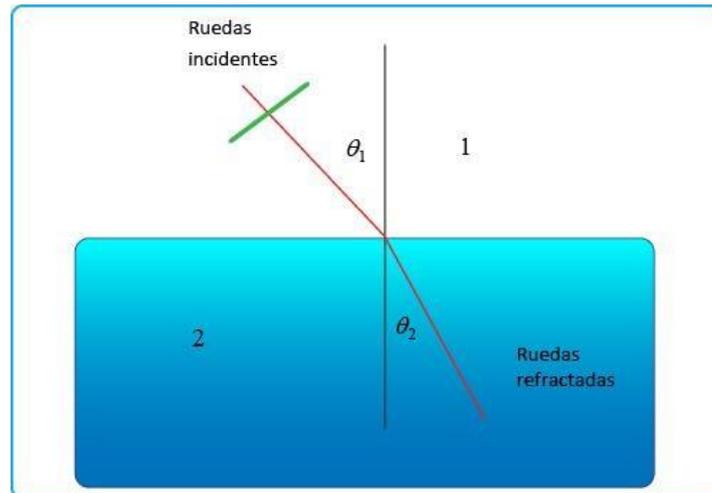


Fig. 6. Dos ruedas que al refractarse se acercan a la normal.

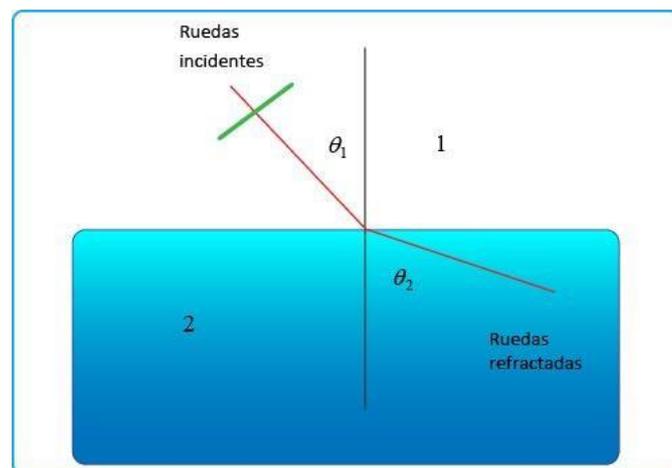


Fig. 7. Dos ruedas que al refractarse se alejan de la normal.

Se consideran ahora dos posiciones de dos ruedas que se mueven en dos medios como se muestra en la figura 8.

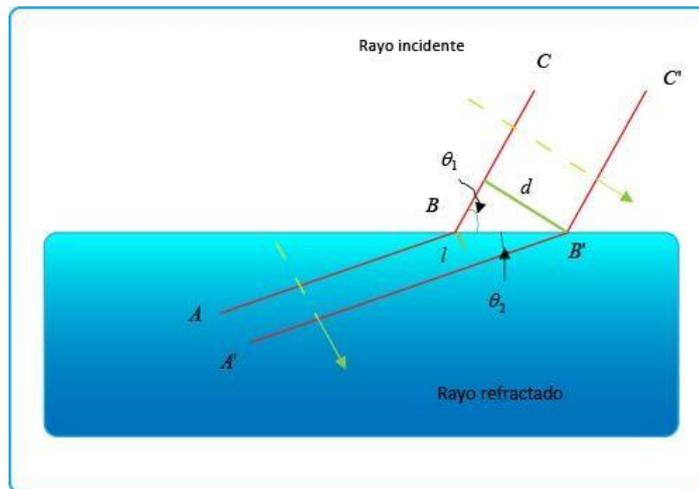


Fig. 8. Dos posiciones del par de ruedas que se mueven en dos medios.

Suponiendo que la velocidad con la que se mueven las ruedas en el medio 1 es v_1 y que v_2 es la velocidad con la que se mueve en el medio 2. Usando la figura anterior se puede concluir que θ_1 y θ_2 son los ángulo de incidencia, ángulo con que incide el rayo al medio, y ángulo de refracción, ángulo que se forma entre el rayo en el medio y la línea que divide a los dos medios, respectivamente, es decir, el ángulo que forma la dirección en la que se mueve el par de ruedas en el medio 1 y 2 y la recta perpendicular a los dos medios.

Si el tiempo que transcurrió en pasar de la posición ABC a la Posición A'B'C' es t entonces se tiene que

$$d = v_1 t \text{ y } l = v_2 t$$

de manera que

$$\frac{d}{l} = \frac{v_1}{v_2}$$

por otra parte se tiene que

$$\frac{d}{BB'} = \text{sen}\theta_1 \text{ y que } \frac{l}{BB'} = \text{sen}\theta_2$$

y de estas dos ecuaciones se obtiene

$$\frac{d}{l} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2}$$

Combinando se tiene que

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2}$$

El salvavidas

Observen otro ejemplo, una persona que está en el mar tiene dificultades (se está ahogando), por lo que grita, pidiendo auxilio. En la playa lo escucha un salvavidas y



por supuesto se prepara para ir al rescate del infortunado nadador. Un esquema de la situación se muestra en la figura 9.

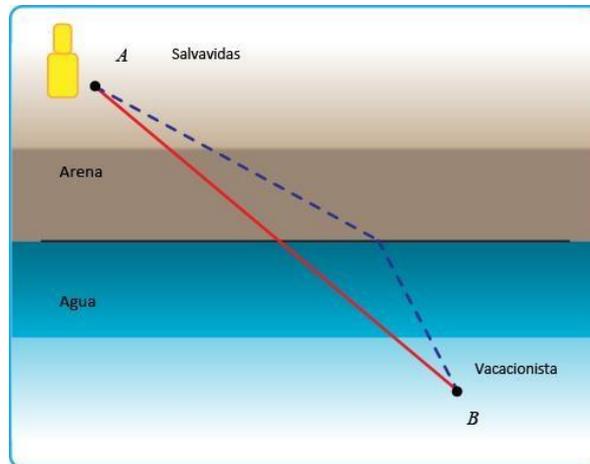


Fig. 9. Posiciones relativas entre el vacacionista y el salvavidas.

El salvavidas necesita llegar desde donde se encuentra hasta donde se halla la persona en problemas en el menor tiempo posible ¿la trayectoria que debe seguir es una recta?

Resulta que la trayectoria más eficiente no es la línea recta que une los puntos donde se encuentra el salvavidas (A) con el punto donde se halla el nadador (B), ya que la rapidez con la que se mueve el rescatista sobre la playa (v_1) es mayor que la rapidez con la que se desplaza éste personaje en la playa (v_2).

Un camino para la salvación

Así pues, la ruta que debe seguir el salvavidas no es la recta que une los puntos en donde se encuentra él con el punto donde está el nadador, pues está sería el camino por el que recorrería la menor distancia y lo que quiere el salvavidas es tardarse el menor tiempo posible.

Para encontrar el mejor camino que debe seguir el salvavidas, es decir, por la que se tarda el menor tiempo posible se analiza la figura 10.

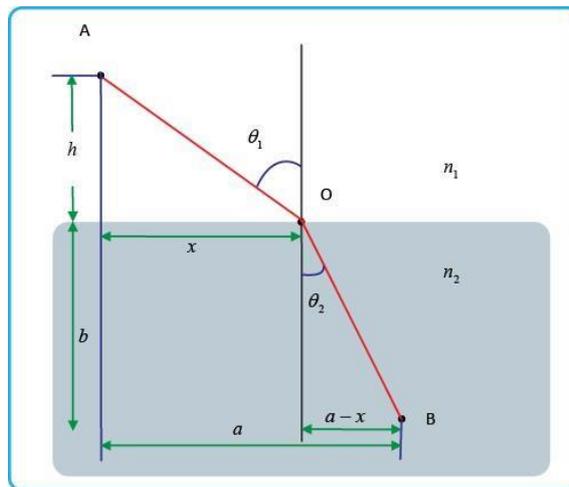


Fig. 10. Una posible ruta para el rescate.

El tiempo empleado por el salvavidas para ir del punto A al punto O es $t = \frac{d(AO)}{v_1}$ y el tiempo para ir desde O hasta B es desde luego $t = \frac{d(OB)}{v_2}$; de manera que el tiempo total para ir desde el punto A hasta B es la suma de los anteriores, es decir,

$$t = t_1 + t_2 \quad t = \frac{d(AO)}{v_1} + \frac{d(OB)}{v_2}$$

Por otra parte en términos de las constantes h , a y b , se tiene que

$$d(AO) = \sqrt{x^2 + h^2} \quad d(OB) = \sqrt{(a-x)^2 + b^2}$$

por lo que

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(a-x)^2 + b^2}}{v_2}$$

El camino para el cual el nadador se tarda el menor tiempo posible es aquel para el cual la derivada de t con respecto a x es cero, esto es $\frac{dt}{dx} = 0$.

Se encuentra pues esta derivada

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1} \frac{1}{2} (x^2 + h^2)^{-\frac{1}{2}} (2x) + \frac{1}{v_2} \frac{1}{2} [(a-x)^2 + b^2]^{-\frac{1}{2}} (-2(a-x)) = 0$$

de manera que

$$\frac{x}{v_1 \sqrt{x^2 + h^2}} + \frac{-(a-x)}{v_2 \sqrt{(a-x)^2 + b^2}} = 0$$



Ahora usando la figura 4 observa que

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

Y

$$\text{sen}\theta_2 = \frac{(a - x)}{\sqrt{(a - x)^2 + b^2}}$$

por lo que

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{v_2}$$

De manera que el camino de menor tiempo es aquel para el que se cumple la relación anterior.

El mismo análisis se puede hacer si en vez de ruedas y salvavidas se tienen ondas mecánicas o electromagnéticas.

La refracción de la luz

Casi todos saben que la luz viaja normalmente en línea recta al ir de un lugar a otro; de manera que este viaje lo hará por la ruta más eficiente, es decir, en línea recta si no existe nada que obstruya su paso entre los puntos que se estén considerando. Sin embargo, se sabe también que la luz viaja en el vacío con una rapidez de $3 \times 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$; esta rapidez es un poco menor en el aire, y que en el agua es solamente 3 cuartas partes de ese valor. En general la luz se mueve con distinta rapidez en diferentes medios, es decir, la rapidez con la que se propaga la luz depende del medio en el que lo hace. De manera que cuando la luz viaja en el aire por ejemplo y pasa a otro medio como el agua entonces su rapidez cambia, en este caso se hace menor; este cambio de rapidez de la luz se muestra como un cambio en la dirección en la que se mueve; por esto cuando se pone una regla dentro de una tina llena con agua se ve doblada, como se muestra en la figura 11.



Fig. 11. Regla de madera dentro de una tina llena con agua.



A este cambio de dirección se le llama refracción. Este cambio de dirección no es exclusivo de la luz, ya que un par de ruedas que se mueven con cierta velocidad en un medio cuando pasan a otro más rugoso también cambian de dirección

Así pues, la luz al igual que el par de ruedas, también cambia de dirección al pasar de un medio a otro, es decir, se refracta debido precisamente a la diferencia de velocidades con la que se propaga en los distintos medios. Así que el análisis que se hizo para el par de ruedas funciona también para la luz.

De manera que la relación entre las velocidades con las que se propaga la luz en dos medios 1 y 2 v_1 y v_2 respectivamente y los ángulos de incidencia y refracción θ_1 y θ_2 es la que se encuentra para la refracción de las ruedas:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2}$$

A esta relación se le conoce como la **ley de Snell**.

El tiempo mínimo

Como saben la luz es también una onda, de manera que ésta se puede analizar desde el punto de vista de los rayos o de los frentes de onda. Así pues un rayo de luz es una línea en el espacio que corresponde a la dirección del flujo de la energía radiante. Es un instrumento matemático más que una entidad física, los rayos son trayectorias ortogonales de los frentes de onda, es decir, son líneas normales a los frentes de onda en cada punto de intersección.

De la misma manera que el salvavidas cuando la luz se refracta, como cuando pasa del aire al agua, tampoco sigue ya un camino recto sino que la trayectoria que sigue un rayo de luz entre dos puntos dados es aquella que es recorrida en el tiempo mínimo. Esta idea fue formulada por Fermat y se le conoce como el principio de Fermat del tiempo mínimo. Haciendo lo mismo que para el salvavidas se obtiene, nuevamente, la ley de Snell

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{v_2}$$

El índice de refracción

Ahora se define el índice de refracción n de un material como:

$$n = \frac{c}{v}$$



donde c es la velocidad de la luz en el vacío y v es la velocidad de la luz en el medio. Como c es la máxima velocidad de la luz entonces se tiene que $n \geq 1$. Por otra parte, el índice de refracción es una función de la longitud de onda, siendo mayor para la luz azul que para la luz roja. En consecuencia, la ley de Snell la pueden escribir como:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

la cual se puede re-escribir como

$$n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2$$

De manera que la luz y también las ruedas de la carreta se ven obligadas a cambiar la dirección de movimiento cuando pasan de un medio a otro ¿pero existirán otros casos en los que se tiene que cambiar la dirección? La respuesta es que sí, baste considerar el ejemplo del salvavidas.

Formación de imágenes

Cuando la luz pasa de un medio a otro cambia de dirección, es decir, se refracta. Esta refracción se debe a que la luz se propaga con distinta rapidez en los distintos medios. Así, por ejemplo, los rayos de luz se desvían al entrar en un bloque de vidrio y se vuelven a desviarse al salir de éste. Algunos objetos de vidrio, como las lentes, tienen la capacidad de formar imágenes que se ven, ya sea más grandes o más pequeñas que el objeto original. También pueden estar más cerca o más lejos que el original.

Actualmente las lentes tienen muchos usos, se utilizan en la construcción de anteojos para corregir defectos de la visión, en la construcción de microscopios, telescopios y cámaras fotográficas.

De la misma manera, que el fenómeno de la reflexión de la luz se puede usar y de hecho se utiliza en la formación de imágenes. Los instrumentos que se utilizan para formar imágenes por reflexión son los espejos, que pueden ser planos o curvos. En este caso las imágenes también pueden ser, al igual que con las lentes, más pequeñas o más grandes que el objeto original, o bien, estar más cerca o lejos.

Así pues las imágenes se forman, ya sea por reflexión o por refracción, las primeras en espejos y las otras en lentes. En este tema se utilizará la aproximación de rayos y que la luz se propaga en línea recta.



Reflexión en superficies esféricas

Considérese un rayo que se refleja en una superficie esférica como la que se muestra en la figura 12.

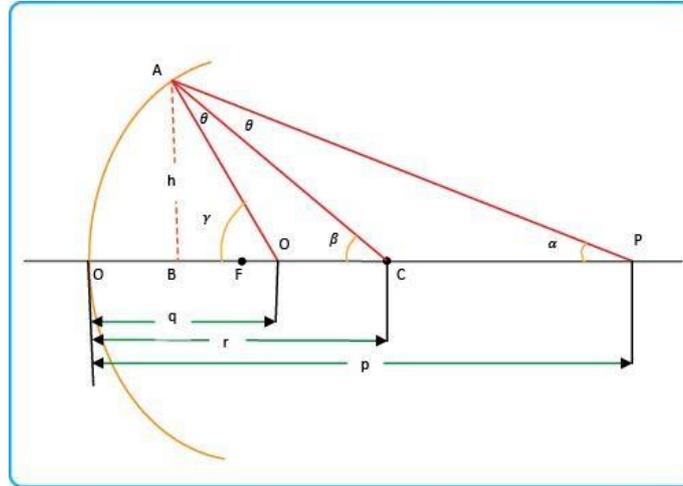


Fig. 12. Trayectoria de un rayo en una superficie esférica.

En esta figura C es el centro de curvatura que coincide con el centro de la esfera y el vértice O es el polo de la esfera. La línea que pasa por O y C se llama eje principal. También se considera que el origen del sistema de coordenadas se encuentra en O , de manera que las cantidades que se miden a la izquierda de O son negativas y a la derecha positivas.

Si en el punto P se coloca una fuente de ondas esféricas, entonces el rayo PA se refleja como rayo AQ , como los ángulos de incidencia y reflexión son iguales se tiene que

$$\beta = \theta_i + \alpha$$

ya que $\alpha + \theta_i + 180 - \beta = 180$. De la misma manera se puede ver que

$$\gamma = \beta + \theta_i$$

de donde se obtiene que

$$\alpha + \gamma = 2\beta$$



Considerando que los ángulos α , β y γ son muy pequeños, lo cual significa que los rayos son paraxiales, entonces se puede escribir

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{AB}{BP} \approx \frac{h}{p}$$

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{AB}{BC} \approx \frac{h}{r}$$

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{AB}{BC} \approx \frac{h}{q}$$

Sustituyendo en la ecuación $\alpha + \gamma = 2\beta$, se obtiene

$$\frac{h}{p} + \frac{h}{q} = 2 \left(\frac{h}{r} \right)$$

es decir,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r}$$

Esta ecuación se conoce como la fórmula de descartes para la reflexión en una superficie esférica.

En el caso de que el rayo incidente sea paralelo al eje principal, lo cual es equivalente a colocar el objeto a una distancia muy grande del espejo, se tiene que $p \rightarrow \infty$, por lo que la ecuación $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r}$ se transforma en

$$\frac{1}{q} = \frac{2}{r}$$

El punto F se llama foco y su distancia al espejo se conoce como distancia focal, la cual se representa con la letra f . Como $f = \frac{r}{2}$ se puede escribir

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

En caso de que $q \rightarrow \infty$, se tiene que $p = f$, lo cual significa que todos los rayos incidentes que pasan por el foco F se reflejan paralelamente al eje principal.

La ecuación para los espejos convexos es la misma que para los cóncavos, sólo se tienen que considerar una convención de signos, en este caso es la que menciona en la tabla siguiente.



	Positivo (+)	Negativo (-)
Radio	Cóncavo	Convexo
Foco	Convergente	Divergente
Objeto p	Real	Virtual
Imagen q	Real	Virtual

Tabla 1. Convención de signos para una superficie esférica reflectora.

Refracción en una superficie esférica

Considérese ahora la refracción en una superficie esférica que separa dos medios, cuyos índices de refracción son n_1 y n_2 como se muestra en la figura 13.

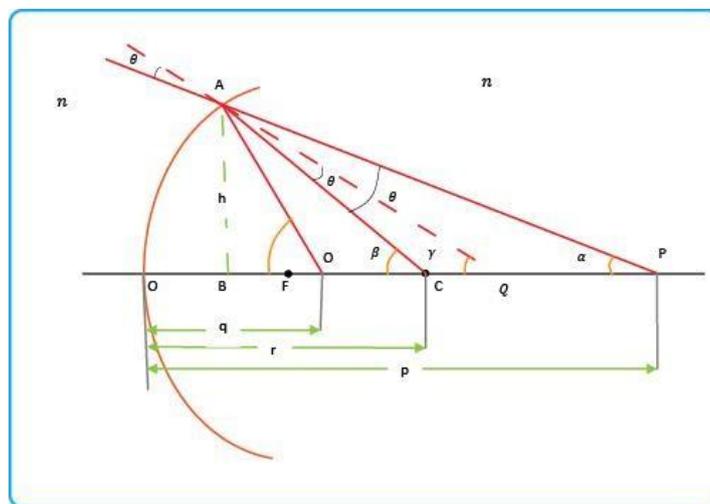


Fig. 13. Rayo refractado en una superficie esférica.

Los elementos geométricos son los mismos que se definieron en la sección anterior. En este caso los rayos incidentes como PA en la dirección AD el cual, prolongado hacia atrás en el primer medio intercepta al eje principal en Q .

En la figura se puede ver que $\alpha + \theta_i + 180 - \beta = 180$ de donde se obtiene que $\beta = \alpha + \theta_i$ y también $\beta = \theta_r + \gamma$. De manera que de acuerdo a la ley de Snell $n_1 \text{sen} \theta_i = n_2 \text{sen} \theta_r$ y si se supone que los rayos son paraxiales, es decir, que tienen inclinación muy pequeña entonces los ángulos θ_i , θ_r , α , β y γ son pequeños y se puede considerar que $\text{sen} \theta_i = \theta_i$ y $\text{sen} \theta_r = \theta_r$, por lo que la ley de Snell se escribe como

$$n_1 \theta_r = n_2 \theta_i$$

de manera que

$$n_1(\beta - \alpha) = n_2(\beta - \gamma)$$

También se tiene que

$$\alpha \approx \frac{h}{p}, \quad \gamma \approx \frac{h}{q} \quad \text{y} \quad \beta \approx \frac{h}{r}$$



sustituyendo estas expresiones en la ecuación $n_1(\beta - \alpha) = n_2(\beta - \gamma)$ se obtiene

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$$

Esta ecuación se conoce como la fórmula de Descartes para la refracción en una superficie esférica.

El foco objeto F_o , que en ocasiones se llama primer punto focal, de una superficie esférica refringente es la posición de un objeto puntual sobre el eje principal tal que los rayos refractados son paralelos al eje principal, lo cual es equivalente a tener la imagen del punto en el infinito, es decir, $q \rightarrow \infty$. La distancia del objeto a la superficie esférica se llama distancia focal objeto y se representa con f_o . De manera que haciendo $p = f_o$ y $q \rightarrow \infty$ en la ecuación $\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$ se obtiene

$$\frac{n_1}{f_o} = \frac{n_1 - n_2}{r}$$

o bien

$$f_o = \frac{n_1}{n_1 - n_2} r$$

De la misma manera, cuando los rayos incidentes son paralelos al eje principal, lo que es equivalente a tener el objeto a una distancia muy grande de la superficie esférica $p \rightarrow \infty$, los rayos refractados pasan por un punto F_i sobre el eje principal al que se le llama foco imagen o bien segundo punto focal. En este caso, la distancia de la imagen a la superficie esférica se llama distancia focal imagen y se representa con f_i . Si ahora se hace $q = f_i$ y $p \rightarrow \infty$ en la ecuación $\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$, se obtiene

$$\frac{-n_2}{f_i} = \frac{(n_1 - n_2)}{r}$$

O bien

$$f_i = \frac{-n_2}{n_1 - n_2} r$$

Es claro que $f_o + f_i = r$. También se puede escribir

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1}{f_o}$$



o bien

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{-n_2}{f_i}$$

Estas ecuaciones se aplican tanto a superficies cóncavas como convexas, para lo cual se utiliza la convención que se muestra en la tabla 2.

	Positivo (+)	Negativo (-)
Radio r	Cóncava	Convexa
Foco f_o	Convergente	Divergente
Objeto p	Real	Virtual
Imagen q	Virtual	Real

Tabla 2. Convención de signos para una superficie esférica refractora.

Lentes

Una lente es un medio transparente limitado por dos superficies curvas, donde al menos una de ellas está curvada. Las superficies que no son planas están centradas en un eje común. Estas superficies son generalmente de forma esféricas. Cuando una lente está formada por un elemento, es decir, cuando tiene dos superficies refractoras se llama lente simple. Cuando se tiene más de un elemento se llama lente compuesta.

Una lente también se puede clasificar en delgada o gruesa. De esta manera las lentes simples pueden tomar diversas formas. Las lentes se conocen como convexas, convergentes o positivas, son más gruesas en el centro por lo que tienden a disminuir el radio de curvatura de los frentes de onda, es decir, la onda se hace más convergente conforme atraviesa la lente. También se tienen las lentes cóncavas, divergentes o negativas, son más delgadas en el centro y tienden a hacer más divergente el frente de onda de lo que era al principio.

Ecuación de las lentes delgadas

En una lente delgada el espesor es muy pequeño comparado con los radios de las esferas que la forman. Para simplificar los cálculos se supone que a ambos lados de la lente el medio es el mismo y que su índice de refracción vale uno, mientras que el índice de refracción de la lente es n .

El eje principal de la lente es ahora la recta que pasa por los centros C_1 y C_2 de las esferas que forman la lente, como se muestra en la figura 14.

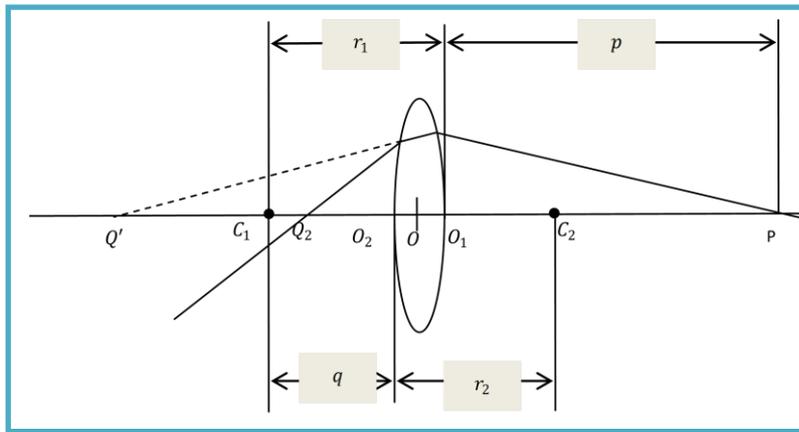


Fig. 14. Trayectoria de un rayo a través de una lente delgada.

Considerando el rayo incidente PA que pasa por P , en la primera superficie el rayo se refracta de acuerdo al rayo AB , si este rayo se prolonga pasaría por Q' , que es la imagen de P producida por la primera superficie refractora. La distancia q' de Q' a O_1 se obtiene por medio de la ecuación:

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$$

esto es

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{q'} = \frac{1-n}{r_1} \dots \dots \dots (*)$$

El rayo sufre en B una segunda refracción y emergiendo como rayo BQ . Se dice que Q es la imagen final de P producida por la lente. Por otro lado, para la refracción en B el objeto (virtual) es Q' y la imagen es Q a una distancia q de la lente. Así que aplicando nuevamente la ecuación $\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$ con q en vez de p , se tiene que

$$\frac{n}{q'} - \frac{1}{q} = \frac{n-1}{r_2} \dots \dots \dots (**)$$

En esta ecuación está invertido el orden de los índices de refracción porque el rayo pasa de la lente al aire. Es preciso destacar que las distancias que aparecen en las ecuaciones (*) y (**) se deben medir desde O_1 y desde O_2 respectivamente, por lo que en la ecuación (*) se debe escribir $q' + t$ en vez de q' , donde $t = O_2O_1$ es el espesor de la lente. Sin embargo, se está considerando una lente muy delgada por lo que se puede despreciar t , lo cual equivale a medir las distancias desde un origen común O . Sumando la ecuación (*) y la ecuación (**) se puede eliminar q' y se obtiene

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Esta ecuación se conoce como la fórmula de Descartes para una lente delgada.



Por otra parte se tiene que el foco objeto F_o , o primer punto focal de la lente, es la posición del objeto para la cual los rayos emergen paralelamente al eje principal, después de atravesar la lente, de manera que $q \rightarrow \infty$. La distancia de F_o a la lente se llama distancia focal y se representa con f . Así que sustituyendo $p = f$ y $q \rightarrow \infty$, en la ecuación $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$, se obtiene que

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

A esta ecuación se le conoce como la ecuación del fabricante de lentes.

Esta fórmula también se puede escribir como

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

En esta última expresión no aparecen ni los índices de refracción ni los radios. La utilidad de esta expresión es que f se puede determinar experimentalmente de una manera muy fácil.

Por último, es necesario destacar que para un rayo incidente paralelo al eje principal $p \rightarrow \infty$ y el rayo incidente pasa por un punto F_i para el cual $q = -f$ y se llama foco imagen. Así pues los dos focos de una lente delgada están simétricamente ubicados en los dos lados de ésta.

Si f es positiva, la lente se llama convergente y si es negativa entonces se denomina divergente. La convención de signos es la misma que para una superficie esférica refractante.

Instrumentos ópticos

La cámara fotográfica

La cámara fotográfica de una sola lente es un instrumento óptico que consiste en una lente y una película sensible a la luz montada en una caja que impide totalmente el paso de la luz, dispuestas como se muestra en la figura 15.

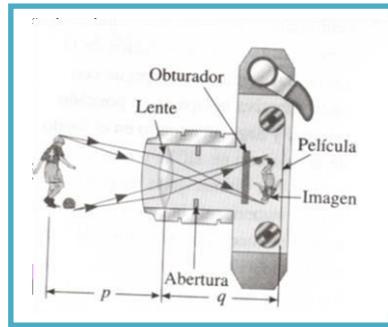


Fig. 15. Cámara fotográfica simple.

En muchas cámaras la lente está montada de tal manera que se puede desplazar hacia delante y hacia atrás para ajustar la distancia entre la lente y la película. Para un enfoque correcto, que permita obtener imágenes nítidas, la distancia entre la lente y la película depende tanto de la distancia al objeto como de la distancia focal de la lente.

El obturador, situado detrás de la lente, es un dispositivo que se abre durante un intervalo de tiempo elegido. La cantidad de luz que llega a la película se regula por medio de un obturador y un diafragma. El obturador controla el tiempo de exposición de la película a la luz. Mientras que el diafragma controla la abertura por la que pasa la luz para llegar a la película.

El microscopio

Una lente de aumento proporciona una ayuda limitada para ver objetos muy pequeños. Se consigue un aumento mayor combinando dos lentes en hilera, al dispositivo, así obtenido se le conoce como microscopio compuesto, ya que aumenta una imagen que había sido aumentada.

Un microscopio compuesto consta de dos lentes convergentes de distancia focal corta, dispuestos como se muestra en la figura 16.

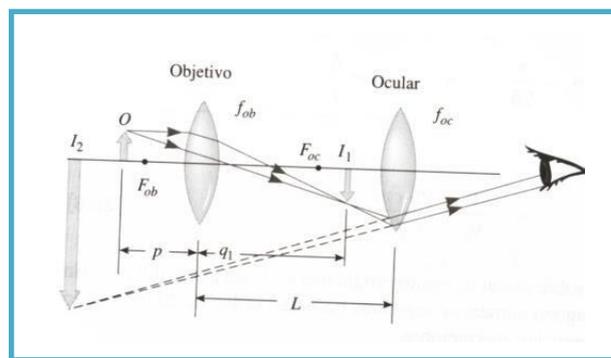


Fig. 16. Arreglo de lentes en un microscopio.



La primera lente llamada, objetivo, con una distancia focal muy pequeña, f_{ob} produce una imagen real de un objeto cercano. La imagen se ve aumentada porque está más lejos de la lente que del objeto. Una segunda lente, el ocular, con una distancia focal, f_{oc} forma una imagen virtual de la primera imagen, aún más aumentada. Las dos lentes se encuentran separadas por una distancia L , mucho mayor que f_{ob} o f_{oc} .

El telescopio

Un telescopio simple emplea una lente, el objetivo, para formar una imagen real de un objeto lejano. La imagen real no se registra en una película, sino que se proyecta hacia otra lente, el ocular, que funciona como lente de aumento, como se muestra en la figura 17.

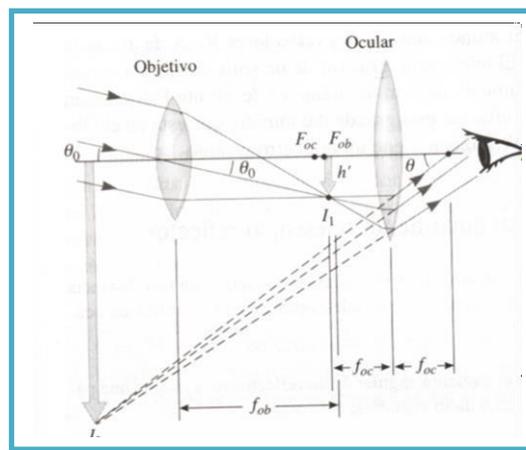


Fig. 17. Arreglo de lentes que forman un telescopio.

Como se puede observar en la figura las dos lentes están colocadas de manera que el objetivo forma una imagen real e invertida del objeto lejano, muy cerca del punto focal del ocular. Así también, la imagen I_1 se forma en el punto focal del objetivo porque el objeto está en el infinito. De manera que las dos lentes se encuentran separadas por una distancia una de $f_{ob} + f_{oc}$, que es, desde luego, la longitud del tubo del telescopio. Por otra parte, el ocular forma una imagen invertida y aumentada I_2 de la imagen formada en I_1 .



Actividades

Ahora realiza la **Actividad 1. Foro socioformativo: la luz**, solo espera que tu *docente en línea* te proporcione las indicaciones para realizar la actividad a través del espacio de *Avisos importantes*.



Difracción, polarización e interferencia

Difracción

La difracción es un fenómeno característico del movimiento ondulatorio.

Se llama difracción a la distorsión que sufre una onda cuando pasa por un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda de ésta.

Es importante destacar que el obstáculo puede ser un objeto pequeño, o bien una rendija en una lámina que sólo deja pasar una pequeña porción del frente de onda. La distorsión de las ondas se manifiesta como una dispersión al atravesar obstáculos. Por ejemplo si un haz de partículas incide sobre una lámina a la cual se le hizo una pequeña abertura, sólo las que inciden en esa abertura son transmitidas de manera que continúan su movimiento sin ser perturbadas, como se muestra en la figura 18.

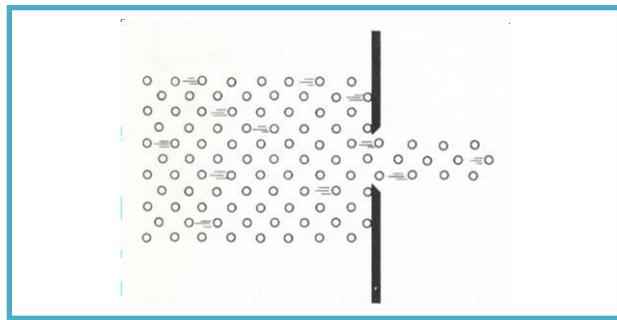


Fig. 18. Partículas moviéndose a través de un obstáculo.

Mientras que los otros chocan con la lámina y se detienen o rebotan. Lo mismo sucede si se coloca un objeto en el haz de partículas.

Sin embargo, cuando incide una onda sobre un obstáculo, o pasa por una abertura, su comportamiento es diferente al del haz de partículas, ya que éstas se extienden alrededor de los obstáculos interpuestos.

La primera prueba convincente de la difracción la presentó Thomas Young en 1801. Hizo incidir luz monocromática que provenía de una fuente A sobre dos ranuras S_1 y S_2 paralelas y equidistantes de la fuente A . La luz que proviene de A pasa a través de las ranuras y luego se proyecta sobre una pantalla como se muestra en la figura 19.

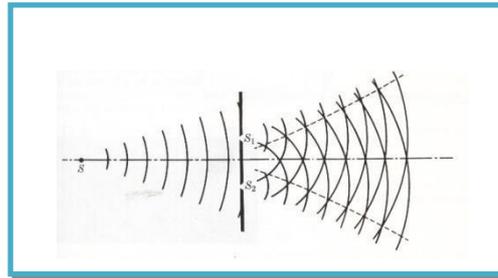


Fig. 19. Experimento de la doble rendija de Young.

Si la luz no se difractará, la pantalla estaría completamente oscura. Sin embargo, la pantalla se ilumina, aún en el punto B , situado detrás de la barrera. Como los resultados de este experimento sólo se podían explicar en términos de la teoría ondulatoria entonces los físicos dudaron de que la luz consistiera en partículas que se desplazaban en líneas rectas.

Interferencia

La interferencia es una de las características del movimiento ondulatorio, la cual ocurre cuando dos o más movimientos ondulatorios coinciden en el espacio y en el tiempo. Dos ondas sí pueden estar en el mismo lugar al mismo tiempo.

Si dos fuentes idénticas S_1 y S_2 emiten ondas con la misma longitud de onda, entonces las ondas que llegan a un punto P arbitrario interfieren. La manera en que interfieren queda determinada por la fase relativa δ en P . La fase depende del índice de refracción del medio y de la longitud de la trayectoria recorrida por las ondas. Si el índice de refracción es uno, como se supone en este caso, entonces la fase depende de la diferencia de las trayectorias ($r_1 - r_2$) como se muestra en la figura 20.

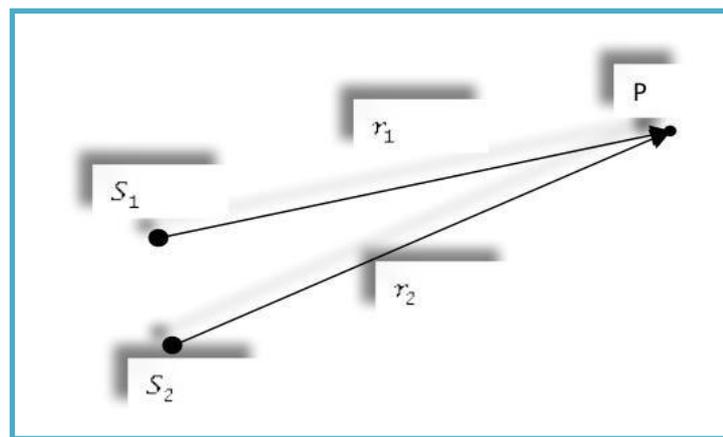


Figura 20. Dos fuentes emitiendo ondas.



Se puede mostrar que la diferencia de fase δ en el punto P está dada por la expresión

$$\delta = kr_1 - kr_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$

Y que la amplitud A_0 y la fase del movimiento resultante están dadas por la expresión

$$A_0 = \sqrt{A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01}A_{02}\cos\delta}$$

donde A_{01} y A_{02} son las amplitudes de las ondas participantes.

En esta ecuación se ve que A_0 , está comprendida entre los valores $A_{01} + A_{02}$ y $A_{01} - A_{02}$, dependiendo de que sea $\cos\delta = 1$ o $\cos\delta = -1$, o equivalentemente $\delta = 2n\pi$ o $\delta = 2(n + 1)\pi$, donde n es un entero positivo o negativo.

Así pues si la diferencia entre las trayectorias es $\frac{1}{2}\lambda$, $2\frac{1}{2}\lambda$, $3\frac{1}{2}\lambda$, entonces la diferencia de fase es de 180° y se presentan mínimos de irradiancia, es decir, los mínimos se presentan cuando $(r_1 - r_2) = m'\lambda$, en donde $m' = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$

De igual forma, si las diferencias de trayectorias corresponden a λ , 2λ , 3λ , las ondas que se traslapan llegarán en fase, $\delta = 0$, es decir, se presentan máximos cuando $(r_1 - r_2) = m\lambda$, en donde $m = 0 \pm 1, \pm 2 \dots$

Para producir interferencia es necesario tener dos fuentes coherentes, es decir, que las dos fuentes oscilen con la misma frecuencia y la diferencia de fase sea constante. El problema es que no existían fuentes con estas características por lo que no se podían observar los patrones de interferencia. Este dilema lo resolvió Thomas Young, con su experimento de la doble rendija. Él produjo dos fuentes coherentes con un solo frente de onda, para lograrlo colocó una lámina opaca que contiene dos pequeños agujeros idénticos, que es iluminada por una onda simétrica que llega por igual a los dos agujeros, como se muestra en la figura 21.

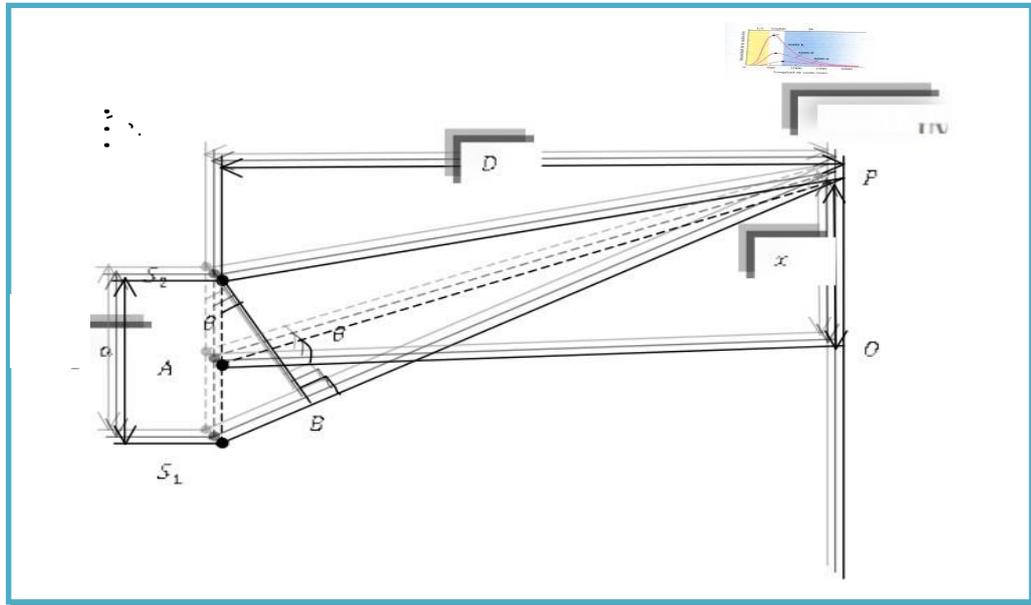


Fig. 21. Ondas luminosas interfiriendo en el punto P.

La luz que sale de los agujeros S_1 y S_2 se difracta como si proviniera de dos fuentes coherentes e idénticas.

Por lo general, la distancia a entre las rendijas es mucho menor que la distancia a la pantalla de observación. Debido a esto se pueden hacer aproximaciones que simplifican los cálculos, como se verá enseguida.

Como $(r_1 - r_2)$ es la diferencia entre las longitudes de trayectoria desde las dos aberturas a cualquier punto P de la pantalla de observación y S_2B es perpendicular a S_1P , entonces se tiene que

$$(r_1 - r_2) = a \sin \theta$$

Y como θ es muy pequeño, se tiene que $\sin \theta \approx \theta$, de donde

$$(r_1 - r_2) = a \theta$$

Por otra parte se tiene que $\tan \theta = \frac{y}{s} \approx \theta$. Así que

$$(r_1 - r_2) \approx \frac{ay}{s}$$

Así que para los máximos

$$(r_1 - r_2) = m\lambda$$



Combinando las ecuaciones $(r_1 - r_2) = a\theta$ y $(r_1 - r_2) \approx \frac{ay}{s}$, se obtiene para la distancia a los máximos

$$y_m \approx \frac{s}{a} m\lambda$$

Estos máximos corresponden a los lugares de P donde la diferencia de trayectorias es cero cuando $m = 0$, $\pm\lambda$ cuando $m = \pm 1$, $\pm 2\lambda$ cuando $m = \pm 2$, etc.

La altura angular del m -ésimo máximo se determina comparando las ecuaciones $(r_1 - r_2) = m\lambda$ y $(r_1 - r_2) = a\text{sen}\theta$, con lo que se obtiene

$$a\text{sen}\theta = m\lambda$$

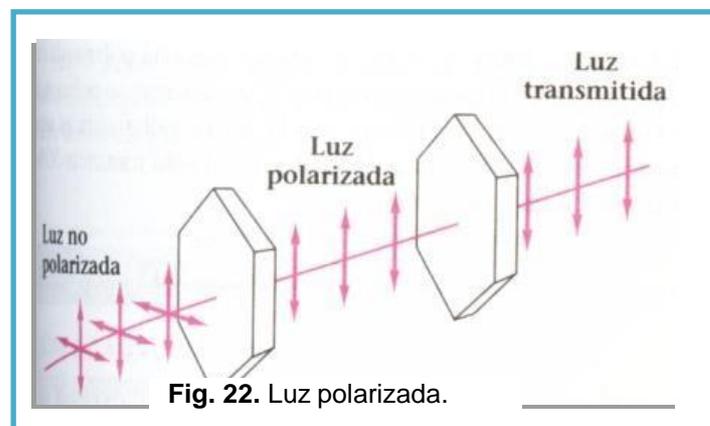
o bien, como los ángulos son pequeños, $\theta_m \approx \frac{m\lambda}{a}$

El espacio entre las bandas de la pantalla, Δy , es la diferencia entre los lugares de máximos consecutivos. De acuerdo con la ecuación $y_m \approx \frac{s}{a} m\lambda$, $\Delta y = y_{m+1} - y_m$ es

$$\Delta y \approx \frac{s}{a} \lambda.$$

Polarización

La difracción y la interferencia son propiedades de la luz que apoyan la teoría ondulatoria. La polarización es otra importante propiedad de la luz, la cual no es sólo consecuencia de que sea una onda sino que además se trata de una onda transversal. Las ondas longitudinales no presentan el fenómeno de la polarización. Las ondas electromagnéticas pueden generarse por medio de cargas eléctricas oscilantes. La dirección de la oscilación determina la orientación del campo eléctrico de la onda. Cuando el campo eléctrico de un haz oscila en una única dirección, se dice que la onda está polarizada y la orientación del vector campo eléctrico se toma como la dirección de polarización, como se muestra en la figura 22.





Aunque la onda completa tiene un campo magnético acoplado al campo eléctrico, para indicar la dirección de polarización sólo se hace referencia al campo eléctrico.

Se puede producir luz polarizada filtrando la luz ordinaria por un polarizador que es un material que transmite ondas que oscilan en un solo plano.

Modelo Corpuscular de la Luz

A principios del siglo XX se consideraba a la luz como una corriente de partículas, emitidas por una fuente luminosa. Estas partículas estimulan el sentido de la vista al penetrar en el ojo. El principal defensor de la teoría corpuscular fue Isaac Newton, quién pudo explicar basándose en las leyes de la reflexión y de la refracción.

Posteriormente Huygens, Young y Maxwell desarrollaron la teoría ondulatoria de la luz, mediante la cual se explicaba la mayor parte de las propiedades conocidas de la luz, sin embargo, ciertos experimentos no se podían explicar suponiendo que la luz era una onda. Uno de estos fenómenos era el efecto fotoeléctrico descubierto por Hertz, quién encontró que las superficies metálicas emiten cargas cuando se exponen a la luz de frecuencia elevada, generalmente es necesaria luz ultravioleta.

En 1905 Einstein encontró que el efecto fotoeléctrico, podía ser explicado si se tenía en cuenta una idea que había propuesto Planck en 1900. Planck propuso que la energía electromagnética producida por un cuerpo caliente, salía de él en forma de cuantos, pero que se propagaba a través del espacio como onda electromagnética.

Para explicar satisfactoriamente el efecto fotoeléctrico Einstein propuso que la luz era emitida y se transmitía en forma de corpúsculos discontinuos llamados fotones.

Así también el proceso inverso del efecto fotoeléctrico puede ocurrir, esto es que toda o parte de la energía cinética de un electrón en movimiento puede transformarse en un fotón, a esta energía se le conoce como rayos X.

Cuantización de la energía de una onda electromagnética

A finales del siglo XX, la teoría electromagnética de la luz, desarrollada por Maxwell, era uno de los pilares de la ciencia. Sin embargo los trabajos de Max Planck sobre la radiación del cuerpo negro llevó a un cambio radical en los conceptos de la física, en particular que la radiación electromagnética estaba cuantizada, es decir, que los átomos emiten y absorben energía no de manera continua, sino en pequeñas porciones a las que llamó cuantos. Planck creía que la luz existía en forma de ondas continuas, de acuerdo con la teoría de Maxwell, pero que la emisión y absorción



ocurría en paquetes. Fue Einstein quién propuso que la luz se compone de cuantos a los que ahora se llama fotones.

Experimentalmente se observa si un objeto está en equilibrio térmico con su ambiente entonces debe emitir tanta energía radiante como la que absorbe. Así pues, un buen absorbente es también un buen absorbente perfecto. Uno que absorba toda la energía que incida sobre él, independientemente de su longitud de onda es un cuerpo negro.

En un laboratorio se puede aproximar un cuerpo negro por medio de una cavidad hueca aislada, que contiene un agujero pequeño en una pared. La energía radiante que entra por el agujero se refleja dentro de la cavidad y como éste es muy pequeño entonces la radiación tiene una probabilidad baja de reflejarse hacia fuera, por lo que se puede considerar que toda la energía es absorbida por esta cavidad. De acuerdo a experimentos llevados a cabo en cavidades se encuentra que la energía radiante que irradia la cavidad depende de la temperatura absoluta T de la cavidad. Conforme la temperatura aumenta, el agujero irradia de manera que la longitud de onda se hace cada vez más corta como se puede observar en la figura 23

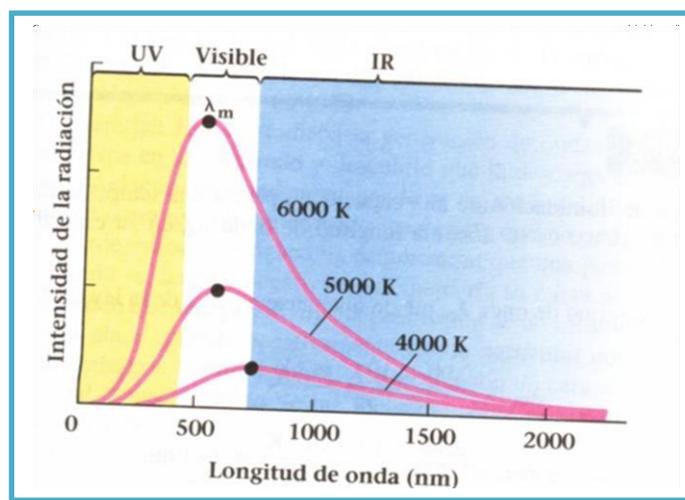


Fig. 23. Radiación del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

En esta figura se puede observar que los máximos de las curvas se desplazan hacia las longitudes de onda más cortas en la medida en que aumenta la temperatura.

En 1893 Wien demostró que la longitud de onda λ_{max} en la cual $\rho(\lambda)$ (la densidad de flujo por intervalo unitario de longitud de onda que emerge del cuerpo) es un máximo, varía como $\lambda_{m\acute{a}x} = 2.8978 \times 10^{-3} mK$. A esta expresión se le conoce como la ley de desplazamiento de Wien.



La fórmula de Wien está de acuerdo con los datos experimentales en la región de longitud de onda corta, pero que no funciona para longitudes de onda grandes. Posteriormente, Rayleigh y Jeans encontraron que la distribución espectral para la radiación del cuerpo negro está dada por la expresión

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi k}{\lambda^5} \lambda T d\lambda$$

en donde k es la constante de Boltzmann. Esta ecuación sólo se ajusta a las curvas experimentales en la región de longitudes de onda muy grandes. Pero medida que $\lambda \rightarrow 0$ la teoría predice que $\rho(\lambda) \rightarrow \infty$, mientras que el experimento muestra que $\rho(\lambda)$ permanece siempre finita e igual a cero para la longitud de onda cero. El comportamiento de la distribución de Rayleigh y Jeans para las longitudes de onda cortas se conoce como la catástrofe ultravioleta.

Para eliminar estas discrepancias Planck ajustó los datos con una fórmula empírica y luego trató de justificarla a través de la termodinámica. Para esto consideró a los átomos de las paredes del horno en equilibrio térmico con la radiación encerrada en éste. Supuso además que esos átomos se comportaban como osciladores eléctricos que absorbían y emitían energía radiante. Él consideró que todas las frecuencias ν de los osciladores eran posibles, de manera que todas las frecuencias deberían estar en el espectro emitido. Después introdujo un postulado que no sólo era nuevo, sino que estaba en contradicción con ciertos conceptos de la física clásica. Planck afirmó que un resonador atómico podía absorber o emitir solamente cantidades discretas de energía que eran proporcionales a su frecuencia de oscilación y que cada uno de estos valores era múltiplo entero de un paquete de energía $h\nu$, de manera que las energías posibles E_m están dadas por

$$E_m = m h \nu$$

Donde m es un entero positivo y h es una constante que se debe obtener ajustando los datos reales $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{Js}$. La fórmula que Planck derivó para la radiación del cuerpo negro en términos de la variable λ es

$$\rho_{T(\lambda)}d\lambda = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1} d\lambda$$

Esta es la distribución de energía espectral del cuerpo negro derivada por Planck.



Emisión, absorción y dispersión de la radiación electromagnética

Dispersión

Una de las propiedades importantes del índice de refracción es que su valor en cualquier medio, salvo en el vacío, depende de la longitud de onda de la luz. Ya que el índice de refracción n es función de la longitud de onda, entonces la ley de Snell implica que la luz de distinta longitud de onda cambia de dirección con ángulos distintos cuando incide en un material refractor. En general, el índice de refracción disminuye al aumentar la longitud de onda, lo cual significa que el azul, cuya longitud de onda es $\lambda = 470nm$ se dobla más que el rojo con longitud de onda $\lambda = 650nm$ cuando entra en un material refractor.

Cuando se hace incidir un rayo de luz en un prisma, éste emerge del prisma en una dirección diferente a su dirección original. Si se hace incidir en ese prisma un rayo de luz blanca, que como se sabe, es una combinación de todas las longitudes de onda visibles, entonces cuando este tipo de luz incide en la superficie del prisma se refracta de acuerdo a la ley de Snell, como se muestra en la figura 24.

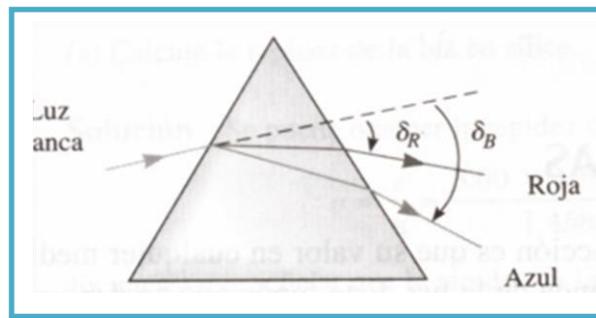


Fig. 24. Rayo de luz incidiendo en un prisma.

Debido a la dispersión, la componente azul del rayo incidente se desvía más que la componente roja y la luz emergente del prisma se dispersa en los distintos colores. Estos colores son rojo, naranja, amarillo, verde, azul, y violeta. Así pues, la luz violeta es la que más se desvía, mientras que la roja es la que se desvía menos, mientras que los otros colores quedan comprendidos entre éstos.

El fenómeno de la dispersión de la luz por un prisma se usa en la construcción de espectrómetros, los cuales a su vez se utilizan para analizar las longitudes de onda emitidas por fuentes luminosas.

Emisión

Todos los objetos emiten ondas electromagnéticas. Para un objeto sólido, estas ondas tienen un intervalo continuo de longitudes de onda, algunas de las cuales



están en la región visible del espectro. El intervalo continuo de longitudes de onda es característico del conjunto de átomos que forman el sólido. Por otra parte se tiene que los átomos individuales, sólo emiten ciertas longitudes de onda específicas, en vez de un intervalo continuo. Estas longitudes de onda son características del átomo y proporcionan pistas sobre su estructura. Para estudiar el comportamiento de los átomos se utilizan gases a bajas presiones, en los que los átomos están muy separados entre sí.

Todos los gases calientes y a bajas presiones emiten sus propios espectros característicos. De aquí la importancia del espectrómetro de prisma, en este caso. El sodio emite sólo dos longitudes de onda en el espectro visible. A un gas que emite estos colores se le identifica como sodio. De la misma manera el vapor de mercurio tiene su espectro característico, compuesto de cuatro longitudes de onda (línea naranja, verde, azul y violeta) junto con algunas otras longitudes de onda de menor intensidad. Las longitudes de onda específicas que un gas emite sirven para identificarlo, ya que el espectro de emisión es único para cada gas.

Absorción

Se sabe que las diversas líneas en el espectro del átomo de hidrógeno se producen cuando los electrones cambian de niveles de energía superiores a inferiores durante estas transiciones de niveles de energía se emiten fotones, a estas líneas espectrales se les llaman líneas de emisión. Sin embargo, los electrones también pueden efectuar transiciones de niveles de energía inferiores a niveles de energía superiores, proceso que se conoce como absorción. En este caso, un átomo absorbe un fotón que tiene la energía superior. Debido a esto, si a través de un gas pasan fotones con un intervalo continuo de longitudes de onda y luego son analizados en un espectroscopio de dispersión, en el espectro continuo aparece una serie de líneas de absorción oscuras.

Líneas espectrales

Todo cuerpo sólido calentado emite radiaciones, en las que se encuentran presentes todo tipo de longitudes de onda, aunque con diferentes intensidades. Cuando un sólido se calienta hasta la incandescencia, se puede observar el comportamiento conjunto de una colectividad de átomos mejor que el comportamiento individual de los átomos de un elemento determinado.

Por otra parte, se ha comprobado experimentalmente que la radiación emitida por un gas enrarecido es característica de los átomos presentes en ese gas. Esto se debe a que los átomos o moléculas, se encuentran muy separados, de modo que las únicas interacciones entre ellos se deben solamente a choques fortuitos.

Cuando se excita un gas mediante el paso de una corriente eléctrica a través de él, por ejemplo, emite un espectro de radiación que contiene sólo determinadas longitudes de onda, llamado espectro de líneas de emisión. Cada elemento da lugar



a un único espectro de líneas cuando se excita en fase gaseosa. La espectroscopia es una herramienta útil para analizar la composición de una sustancia desconocida.

Estos espectros se pueden entender usando el modelo atómico de Bohr. En la figura 25 se representan las órbitas del electrón en el espacio como lo indica el modelo de Bohr.

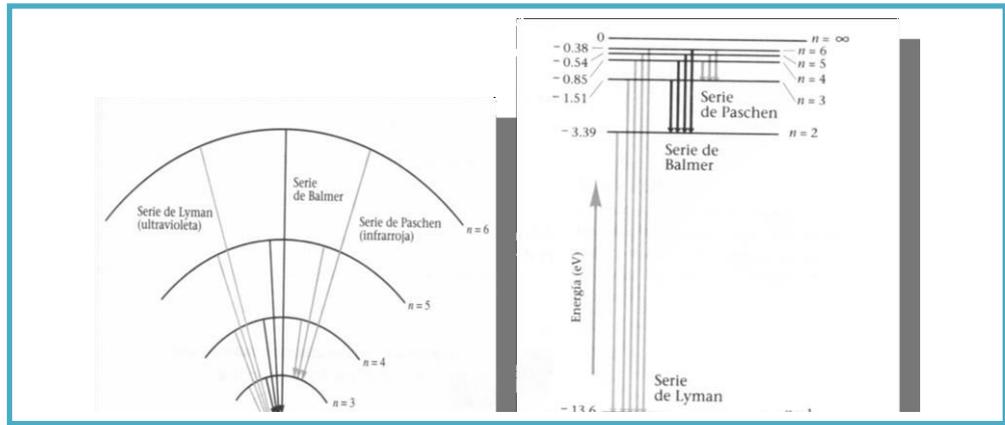


Fig. 25. Órbitas electrónicas del modelo de Bohr, del átomo de hidrógeno; y niveles de energía.

Los radios de las órbitas aumentan con el cuadrado del número cuántico

n ($r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}$, $n = 1, 2, 3 \dots$, (donde m =masa del electrón, h =constante de Planck,

ϵ_0 = constante de permitividad). También se representan en esa figura las órbitas permitidas en términos de su energía E (diagrama de niveles de energía). Las flechas verticales dibujadas entre niveles de energía representan transiciones electrónicas de un nivel de energía a otro. Una transición hacia abajo corresponde a emisión de luz. La energía del fotón que se emite está dada por la diferencia de energía entre los niveles.

Cuando luz blanca pasa a través de un gas, este absorbe luz de alguna de las longitudes de onda presentes en su espectro de emisión. Resulta así un espectro de líneas de absorción. Estos espectros están formados por un fondo claro sobre el que se ven líneas oscuras correspondientes a las longitudes de onda de emisión; el espectro de emisión está formado por líneas claras sobre fondo oscuro. Los espectros de absorción pueden entenderse como transiciones hacia arriba (ver figura 25).

Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico tiene varias aplicaciones prácticas. Es muy común accionar una alarma, al cruzar sin querer una entrada prohibida, o también impedir el cierre de la puerta de un elevador. Estos aparatos funcionan por medio de celdas



fotoeléctricas, que cuando incide sobre ellas un haz de luz emiten electrones. Para evitar el cierre de la puerta o al accionar la alarma, se impide el paso del haz de luz y con esto se detiene la corriente fotoeléctrica y se dispara el mecanismo de seguridad.

En 1905, Albert Einstein publicó cinco trabajos como producto de importantes investigaciones, uno de ellos se refería al efecto fotoeléctrico, este trabajo y otros le permitieron obtener el Premio Nóbel de Física en 1921. En el primer trabajo publicado de Einstein sobre los cuantos de luz, "Sobre un punto de vista heurístico acerca de la generación y conversión de la luz", propuso que la luz está formada por paquetes o cuantos de energía llamados fotones. La energía radiante es absorbida y emitida en forma discontinua porque ella misma es discontinua.

La celda fotoeléctrica

El funcionamiento de una celda fotoeléctrica, está basado en el efecto fotoeléctrico. En la figura 26 se muestra una celda fotoeléctrica.

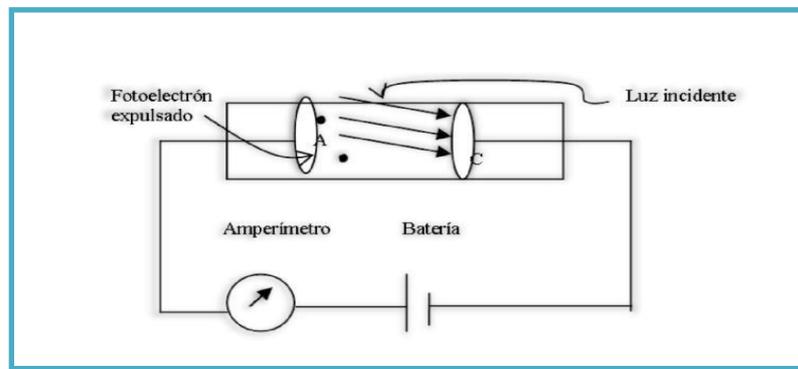


Fig. 26. Celda fotoeléctrica.

Si la placa A se mantiene a un potencial positivo con respecto a la placa C, cuando luz de cierta frecuencia incide sobre la placa C, arranca fotoelectrones de su superficie. Estos electrones son atraídos por la placa A y originan una corriente que puede medirse con el amperímetro colocado como se muestra en la figura.

Si se reduce en forma gradual el potencial aplicado a la placa A hasta que se vuelve negativo, respecto a la placa C, algunos de los electrones arrancados de C ya no tendrán suficiente energía para llegar a la placa A, serán repelidos de regreso a la placa reduciendo la corriente. Conforme el potencial se hace más negativo, la corriente disminuye hasta que se vuelve cero a un potencial denominado de retardo. Cuando se hacen experimentos con una celda fotoeléctrica se encuentra que:

Para luz de una frecuencia determinada, la magnitud de la corriente que se produce depende de la intensidad de la luz, como se ve en la figura 27.

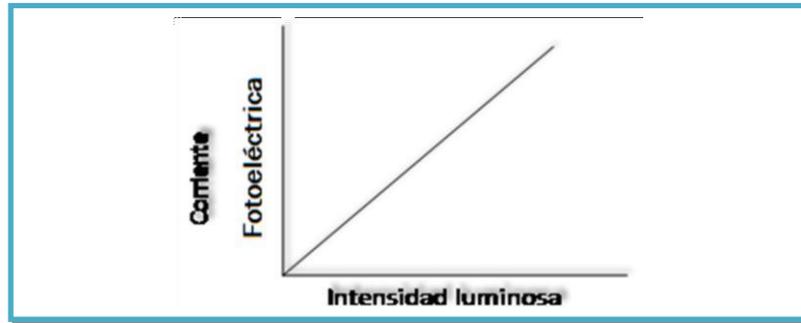


Fig. 27. Corriente fotoeléctrica en función de la intensidad de la luz.

El potencial de retardo es independiente de la intensidad luminosa y diferente para distintos materiales, como se muestra en la figura 28. Este potencial es igual a la energía cinética máxima de los fotoelectrones por lo que ésta es también independiente de la intensidad luminosa.

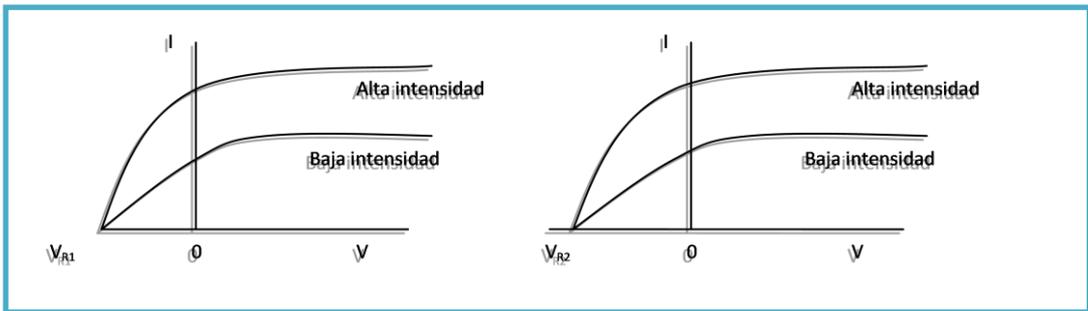


Fig. 28. Gráfica de la corriente fotoeléctrica, en función del potencial de retardo.

La energía cinética máxima del electrón depende de la frecuencia de la luz que incide en el cátodo, como se ve en la figura 29.

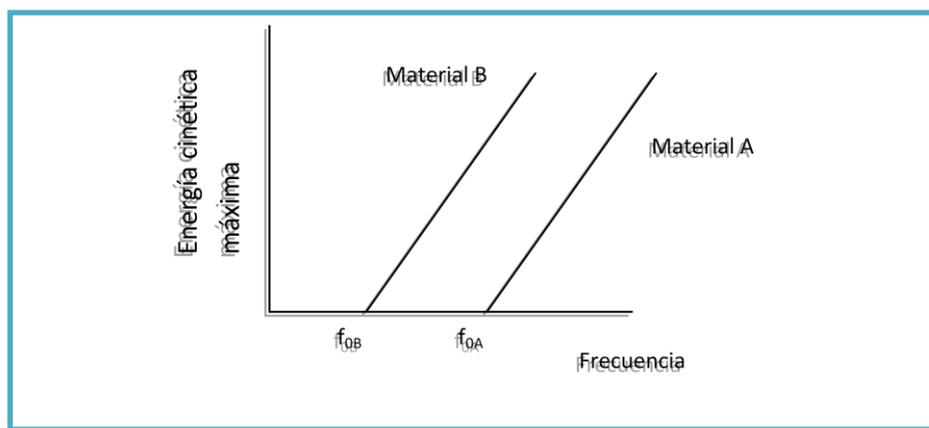


Figura 29. Energía cinética máxima de los fotoelectrones en función de la frecuencia de la luz incidente.

Se observa también que la energía cinética empieza a ser distinta de cero a partir de un valor de la frecuencia de umbral f_0 , que es característica del material. Para



frecuencias menores que f_o , no hay efecto fotoeléctrico. Pero si se ilumina con una frecuencia f_o , la emisión de fotoelectrones será instantánea, aunque la intensidad de la radiación sea muy pequeña.

De las observaciones anteriores solamente la primera puede explicarse mediante la física clásica, porque a medida que aumenta la intensidad de la luz, más fotones por segundo inciden en el metal, y por lo tanto, más electrones por segundo son emitidos, es decir, la corriente fotoeléctrica aumentará. Las principales observaciones que no tienen explicación en la física clásica son:

1. Los electrones se emiten sólo cuando la frecuencia de la luz incidente es mayor que cierto valor de umbral, sin importar que tan intensa es la luz. La expectativa de la física clásica es que es factible extraer los electrones si se suministra energía en forma de luz muy intensa.
2. La energía cinética de los electrones emitidos depende de la frecuencia de la luz. Es posible imaginar que el campo eléctrico de una onda electromagnética hace oscilar a los electrones en el metal, y los hace salir de la superficie cuando la amplitud de la oscilación se hace lo suficientemente grande, sin embargo, luz de intensidad más alta expulsaría los electrones con mayor energía cinética máxima, en contra de los resultados experimentales.
3. Los fotoelectrones se emiten casi de inmediato una vez que la luz incide sobre el material. En la explicación ondulatoria, se necesita un tiempo largo, para que la amplitud de las oscilaciones de los electrones, sea lo suficientemente grande para liberarse. Por medio de los experimentos se ha demostrado que inclusive las intensidades luminosas más débiles hacen que los electrones sean emitidos casi al instante, si la frecuencia de la luz incidente es mayor que f_o

La explicación del efecto fotoeléctrico en 1905 fue dada por Einstein en 1905, en la que aprovechó el trabajo de Planck sobre la radiación del cuerpo negro. En su teoría propuso que toda onda electromagnética de frecuencia f , es en realidad, una corriente de cuantos de energía, llamados fotones cuya energía de cada uno es

$$E = hf$$

donde h es la constante de Planck.

De acuerdo con Einstein, cuando la luz incide contra un metal, un fotón proporciona toda su energía a un electrón. Se necesita energía para llevar un electrón hasta la superficie del metal y después para liberarlo. Para un electrón que ya esté en la superficie, esa energía de liberación es un mínimo llamado función de trabajo (ϕ). La energía de un fotón se invierte en liberar el electrón y lo que sobra aparece como energía cinética. Cuando el electrón está en la superficie, la energía cinética máxima se expresa con la ecuación,



$$hf = E_{Cmax} + \phi$$

Esta expresión se llama ecuación fotoeléctrica de Einstein y explica cada aspecto del efecto fotoeléctrico.

La energía mínima requerida para retirar un electrón de la superficie sin energía cinética ($E_{Cmax} = 0$), es

$$hf_0 = \phi$$

Si la placa C de la figura 1 está cargada negativamente con respecto a la placa A con potencial v_r , lo suficientemente grande como para evitar que su carga eléctrica disminuya, entonces se tiene que $eV_r = E_{Cmax}$, donde e es la magnitud de la carga del electrón. De donde se obtiene

$$eV_r = hf - \phi$$

Para frecuencias donde hf es menor que ϕ , no ocurre la emisión de fotoelectrones. Para frecuencias en las cuales hf es mayor que ϕ , los fotoelectrones se emiten en una cantidad proporcional al número de fotones incidentes y con una energía cinética máxima dada por la ecuación de Einstein.

Rayos X

Los rayos X se pueden producir cuando los electrones, acelerados a través de una diferencia de potencial alta, chocan con un blanco metálico (ánodo), hecho a partir de molibdeno o platino, por ejemplo. El blanco está dentro de un tubo de vidrio al vacío, como se muestra en la figura 30.

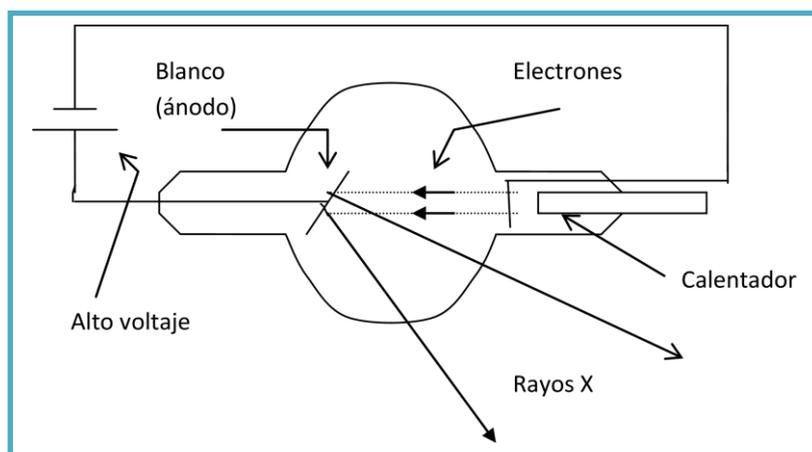


Fig. 30. Tubo de rayos x.

En un tubo de rayos X como el de la figura, los electrones son emitidos por un filamento incandescente (cátodo), calentado por otro filamento próximo, por el que pasa una corriente eléctrica, éstos se aceleran a través de una gran diferencia de



potencial, del orden de 45 000 volts y chocan contra un blanco (ánodo). Los rayos X se originan cuando los electrones de alta velocidad chocan con el blanco, por lo que se desaceleran, y al hacerlo irradian.

Difracción de bragg

Un cristal está formado por una distribución regular de átomos cada uno de los cuales es capaz de dispersar cualquier onda electromagnética que incida sobre él. Un haz monocromático de tales ondas que llegue a un cristal, será dispersado en todas las direcciones dentro de él, en ciertas direcciones las ondas dispersadas interferirán constructivamente, mientras que en otras se destruirán entre sí.

En 1912 Von Laue predijo que los átomos de un espécimen monocristalino producirían la difracción de un haz de rayos X monocromático y paralelo, originando una serie de haces difractados cuyas direcciones e intensidades dependerían de la estructura reticular y la composición química del cristal. Éstas se verificaron gracias a los trabajos de Friesdrich y Knipping.

W. L. Bragg en 1913 sugirió la idea de que los átomos en un cristal pueden ser considerados como grupos que definen familias de planos paralelos como se muestra en la figura 31, teniendo cada grupo una separación característica entre los planos que lo componen.

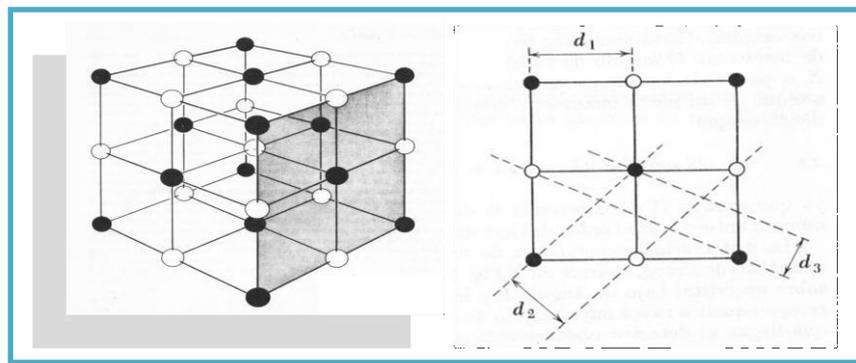


Fig. 31. Estructura cúbica de un cristal.



Las condiciones que debe cumplir la radiación dispersada por los átomos de un cristal para que haya interferencia, se representa en la figura 32.

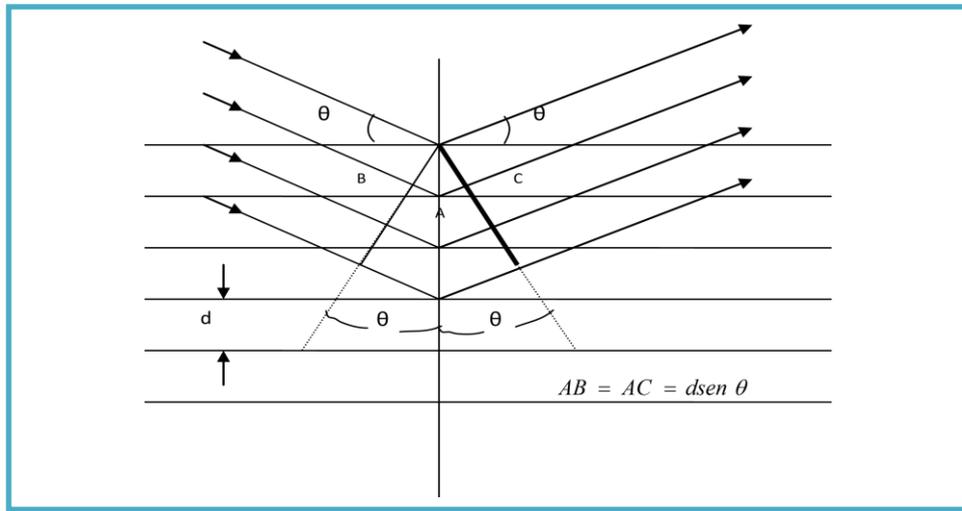


Fig. 32. Dispersión de rayos x por un cristal.

Sea un haz de rayos X de longitud de onda λ que incide sobre un cristal, bajo un ángulo θ , conteniendo una familia de planos de Bragg con un espaciado igual a d . El haz llega al átomo A en el primer plano y al átomo B en el siguiente. Cada uno de ellos dispersa parte de la radiación en todas las direcciones del espacio. La interferencia tendrá lugar solamente entre aquellos rayos que sean paralelos y cuyo recorrido difiera exactamente en $n\lambda$, siendo n , un número entero. La segunda condición es que

$$n = 1, 2, 3 \dots$$

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

donde d es el espaciado entre los planos atómicos adyacentes y θ es el ángulo de incidencia entre el plano atómico y el haz incidente.



Actividades

Ahora realiza la **Actividad 2. Laboratorio sobre la luz**, solo espera que tu *docente en línea* te proporcione las indicaciones para realizar la actividad a través del espacio de *Avisos importantes*.



Dualidad onda-partícula de la luz

Uno de los experimentos que ayudaron a establecer la naturaleza dual de la luz lo realizó en 1923 el físico estadounidense Arthur Holly Compton y se conoce como el efecto Compton. Este científico pensaba que un solo fotón de rayos X debe interactuar con un único electrón, de manera que el fotón podría desviarse comunicando energía y momentum al electrón. Esto significa que se puede tratar al fotón como una partícula.

El efecto Compton es muy importante porque apoya la dualidad onda partícula de la luz. Compton en el análisis de su experimento considera al fotón como una partícula, con momentum y energía que choca con otra partícula, el electrón. Esto implica por un lado, tratar el evento como un problema del choque entre dos cuerpos, y por otro lado, se cuantiza la energía del fotón en términos de su longitud de onda.

Así pues, la naturaleza dual de la radiación electromagnética era aceptada, aunque no se comprendiera. En este escenario apareció Louis de Broglie, quien sabía que el efecto fotoeléctrico daba propiedades de partículas a las ondas. De Broglie empezó a pensar en el efecto inverso, es decir, que las partículas podrían tener algunas propiedades parecidas a las ondas.

En 1924, propuso que la materia tiene propiedades de onda y de partícula. Aunque la existencia de las ondas De Broglie no fue demostrada hasta 1927, el principio de dualidad representado por ellas sirvió de punto de partida, en los años previos, para el desarrollo de la mecánica cuántica de Schrödinger.

De Broglie propuso que una partícula de mas m que viaja con velocidad v debía tener asociada una longitud de onda λ , dada por

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p},$$

donde, h es la constante de Planck y $p = mv$, es el momentum de la partícula. Esta ecuación proporciona también el momentum correcto para un fotón de longitud de onda λ .

Tres años después de que De Broglie afirmara que las partículas de la materia tienen propiedades ondulatorias, Clinton J. Davisson y Lester H. Germer, observaron experimentalmente la difracción de electrones en la superficie de un cristal líquido.

En el mismo año 1927, G. P. Thomson informó acerca de sus experimentos en los que un haz de electrones energéticos se difractaban en una lámina delgada.



Thomson encontró patrones parecidos a los de los rayos X que se producían con muestras pulverizadas.

Los experimentos de Davisson y Germer, así como el de Thomson, demostraron que las ondas de De Broglie tenían sentido, ya que tenían efectos físicos observables. Del mismo modo que Compton demostró que las ondas podían actuar como partículas, Davisson y Germer mostraron que las partículas podían actuar como ondas.

Así pues se tiene que el concepto de partículas como ondas y de ondas como partículas es incompatible con las ideas de la física clásica. Sin embargo, esta dualidad onda partícula constituye uno de los fundamentos de la mecánica cuántica.

La mecánica cuántica fue propuesta por Erwin Schrödinger en 1926, en este año a partir de su conocimiento de la teoría general de los fenómenos ondulatorios y del trabajo de De Broglie, Schrödinger propuso una ecuación fundamental, que por cierto se llama ecuación de Schrödinger, para describir matemáticamente el comportamiento de los cuerpos en el espacio y en el tiempo como ondas. La ecuación de Schrödinger, que es la ecuación fundamental de la mecánica cuántica, es una ecuación de onda.

Evidencia de aprendizaje. Problemas prototípicos sobre la luz

Para culminar el estudio de la unidad, realiza la **Evidencia de aprendizaje. Problemas prototípicos sobre la luz**, solo espera las indicaciones de tu *docente en línea* a través del espacio de *Avisos importantes*.

Autorreflexiones

Como parte de cada unidad, es importante que ingreses a la actividad de *Autorreflexiones* que se encuentra en el módulo de Actividades, para entregar lo solicitado por tu *docente en línea*, quien realizará cuestionamientos de reflexión y te los indicará en el espacio de *Avisos importantes*.

No olvides que también se toman en cuenta para la calificación final.

* Recuerda que deberás realizar un archivo por unidad.



Cierre

Finalmente concluiste con el estudio de la unidad en la que aprendiste como modelar fenómenos ondulatorios y corpusculares. Se describen los fenómenos a desde la matemática, las variables, los estados iniciales y las fuerzas que actúan sobre partículas, posteriormente, se prepara la visualización del modelo. Los datos que se obtienen al trabajar el modelo ayudan a predecir eventos pasados o futuros que no son posibles observar de manera empírica. Para lograr los fines propuestos, se usa el programa Tracker y el programa EJS (Easy Java Simulation), ambos ya referenciados, descargados y manejados en unidades anteriores.



Para saber más



- Se te recomendamos leer el capítulo 2, del libro de Eisberg, R. M. (1973). *Física Moderna*. México: Limusa. La radiación térmica y el origen de la mecánica cuántica. En esta lectura se discute ampliamente los aspectos relacionados con la radiación del cuerpo negro, así como la explicación que dieron distintos personajes, hasta la solución propuesta por Max Planck.
- También se recomienda revisar el libro (Ridnik V. (1975). *Qué es la mecánica cuántica*. México: Ediciones quinto sol) en el que se discuten los problemas que dieron origen a la mecánica cuántica.

Fuentes de consulta



- Beiser, A. (1971). *Conceptos de Física Moderna*. México: McGraw-Hill.
- Eisberg, R. M. (1973). *Física Moderna*. México: Limusa.
- Hech, E. y Zajac, A. (1977). *Óptica*. E.U.A.: Fondo Educativo Interamericano, S. A.
- Serway, A. R. y Faughn, J. S. (2001). *Física*. México: Pearson Educación.