



Programa de la asignatura:

Termodinámica I

U1

Conceptos y propiedades termodinámicas



Índice

Presentación de la unidad	3
Competencia específica	4
Propósitos.....	4
1.1. Elementos de la termodinámica.....	5
1.1.1. Evolución de la termodinámica	5
1.1.2. Sistemas termodinámicos.....	6
1.1.3. Ley cero de la termodinámica.....	7
1.2. Sustancias puras	9
1.2.1. Clasificación de las sustancias	10
1.2.2. Propiedades de las sustancias	10
1.3. Propiedades volumétricas de los fluidos y sus diagramas Pv, PT, PvT	13
1.3.1. Propiedades volumétricas de los fluidos.....	13
1.3.2. Diagramas de Pv, PT y PvT.....	15
1.3.3. Ley de los gases ideales.....	18
1.3.4. Ley de los gases no ideales.....	30
Cierre de la unidad	31
Para saber más	32
Fuentes de consulta	33

Presentación de la unidad



Fuente: <http://srv2.fis.puc.cl/>

En esta unidad definirás los conceptos básicos de la termodinámica y su importancia como una ciencia de gran impacto en el desarrollo de las ingenierías a través del tiempo. Identificarás los diferentes tipos de sistemas termodinámicos como parte del universo que se aísla para su estudio; las ecuaciones y las propiedades de los gases ideales y no ideales, de gran importancia en los procesos industriales y de servicios; la ley cero de la termodinámica, que establece el principio del equilibrio termodinámico; el calor latente y sensible; las propiedades de las sustancias puras; el manejo y la conversión de las unidades usadas para la resolución de los problemas; la influencia de la presión, el volumen y la temperatura en sistemas.

Podrás analizar y aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas, empleando sus principios teóricos y los sistemas de estado en el diseño de equipos para la producción y la utilización de la energía, mismos que servirán en los procesos de transformación de la materia prima en productos o servicios.

Competencia específica



Usa modelos para explicar y describir el uso de termómetros y eventos relacionados con la temperatura, mediante el uso de la variable termodinámica temperatura.

Propósitos

Aplicar los conceptos de termodinámica de gases ideales y no ideales, sistemas termodinámicos y equilibrio térmico, además manejarás los sistemas de unidades para resolver problemas utilizando ecuaciones de estado de P , V y T .

1.1. Elementos de la termodinámica

La terminología que se utiliza en cada uno de los elementos permite la comprensión de la termodinámica en este entorno, los elementos o conceptos que se manejan en esta unidad son la ley cero de la termodinámica (equilibrio térmico), sistema cerrado, sistema abierto, así como sus subdivisiones a presión constante, a volumen constante, adiabático, isotérmico, estado de flujo estable, de flujo uniforme, Sistemas de Unidades Internacionales (MKS), sistema técnico (inglés), sus conversiones y la aplicación en el cálculo para la resolución de problemas.

En este tema se pretende que los (las) estudiantes contextualicen la importancia de la termodinámica como una ciencia de gran trascendencia, por sus contribuciones tecnológicas y científicas a través del tiempo.

1.1.1. Evolución de la termodinámica

El descubrimiento de cómo funcionan las cosas y las leyes de la termodinámica ha sido paulatino en función del desarrollo del hombre y la creación de la ciencia para sus comprobaciones. La construcción en Inglaterra de la primera máquina de vapor, y su operación con éxito por Thomas Sarvey en 1697 y Thomas Newcomen en 1712, dio origen a los principios de la termodinámica. Fue hasta la década de 1850 que los trabajos de William Rankine, Rudolph Clausius y Lord Kelvin, simultáneamente, postularon la Primera y Segunda ley de la termodinámica, estableciéndose de esta manera como una ciencia.

La termodinámica es una rama de la física que estudia las transformaciones de la energía mecánica, térmica, eléctrica, química, nuclear, eléctrica, eólica, geológica, etc. Así pues, esta ciencia es de interés para todas las ramas de la física, además de que se relaciona prácticamente con todas las ciencias y es fundamental en la formación profesional de un ingeniero.

Cualquier actividad de ingeniería implica una interacción entre energía y sistemas; muchos utensilios y aparatos domésticos se diseñan con principios termodinámicos, por ejemplo, en estufas eléctricas y de gas, sistemas de calefacción, aire acondicionado, refrigeradores, ollas de presión, calentador de agua, regaderas, planchas, videograbadoras, pero también en la industria, aeronáutica, generación de energía, automotriz, entre otras.

1.1.2. Sistemas termodinámicos

Cuando se utiliza la termodinámica para estudiar un proceso, es importante delimitar lo que se estudia y su relación con todo lo demás. **Un sistema termodinámico está formado por una parte del universo físico que se considera para su estudio.**

En el momento en que se aísla una parte de este universo aparece el concepto de **frontera**, es decir, **la forma en que se separa del resto del universo**. La frontera puede estar constituida por las paredes de un recipiente que contiene al sistema, las cuales pueden ser rígidas o flexibles, también puede ser una superficie exterior, además la frontera de un sistema puede ser una superficie abstracta que se representa con una condición matemática.

Es importante destacar que en el momento que un observador determina la región del universo que debe estudiar, el sistema queda definido y por lo tanto, también se establecen las fronteras.

Una vez que se ha definido el sistema, quedan establecidos también los alrededores del sistema. Esto es, la parte del universo que interactúa con el sistema. La interacción entre el sistema y sus alrededores estará caracterizada por los intercambios de energía.

Cuando se tenga un sistema contenido en un recipiente, lo cual es común en termodinámica, el grado de interacción con sus alrededores dependerá de la naturaleza de las paredes, estas pueden ser: aislantes, adiabáticas y diatérmicas.

- i. Paredes aislantes son las que no permiten interacción alguna entre el sistema y sus alrededores.
- ii. Paredes adiabáticas son aquellas que no permiten intercambios térmicos (calor) entre el sistema y sus alrededores.
- iii. Paredes diatérmicas son las que no son adiabáticas, es decir, que permiten el paso del calor.

Los sistemas termodinámicos pueden tener fronteras reales o imaginarias, las reales serían una taza de café, una bomba centrífuga, un generador de vapor, etcétera., y una frontera imaginaria sería un espacio delimitado en el entorno para su estudio, una porción delimitada en un océano.

Es necesario diferenciar las características del sistema, porque de ello depende la selección de principios teóricos aplicados para el cálculo y resolución de problemas. Los sistemas termodinámicos son cerrados y abiertos, y de acuerdo a sus aplicaciones los sistemas cerrados pueden ser a presión constante, a volumen constante y temperatura constante; los sistemas abiertos de acuerdo a su diseño pueden ser de estado de flujo estable y de estado de flujo uniforme, los sistemas aislados son aquellos en los cuales no hay transferencia de calor llamados adiabáticos.

Ejemplos de sistemas cerrados son: un tanque con agua a presión, una olla de presión, un tanque de gas, un sistema pistón émbolo, una delimitación imaginaria del medio ambiente, etc. Estos sistemas pueden estar a presión constante, volumen constante, temperatura constante, y adiabáticos, que son procesos en los cuales no hay transferencia de calor.

Los **sistemas abiertos** se dividen en estados de flujo estable y en estados de flujo uniforme, el primero se caracteriza porque **el flujo másico que entra al sistema es igual al que sale**, ejemplo de ello sería una manguera que sirve para regar un jardín, un sistema de bombeo de un pozo profundo en donde el flujo másico de agua que se toma del pozo por la parte de succión es igual al flujo másico que sale por la parte de descarga, ejemplos comunes de equipos en la industria son una tobera, un compresor, una turbina, una caldera, etc. Los sistemas de estado de flujo uniforme son aquellos sistemas en los cuales el flujo que entra es diferente al que sale, como es el tanque elevado de las casas de suministro de agua potable, hay veces que está lleno y no hay consumo, en otras ocasiones el consumo es mayor que lo que entra.

Una vez que se ha establecido el sistema y sus alrededores se requiere un lenguaje adecuado, mediante el cual se pueda describir la condición física del sistema, así como los cambios que resultan como consecuencia de la interacción del sistema con sus alrededores. Es importante destacar que asociado a cada sistema existe un conjunto de propiedades macroscópicas que pueden medirse, tales como la presión, el volumen, la temperatura, etc. Debido a que estas propiedades son de naturaleza macroscópica, su definición es independiente de hipótesis relacionadas con la estructura atómica de la materia. Estas propiedades se llaman variables termodinámicas y como se ha mencionado es necesario medirlas.

1.1.3. Ley cero de la termodinámica

La temperatura es una de las variables termodinámicas que se requiere medir, lo cual se hace por medio de los instrumentos conocidos como termómetros, cuyo funcionamiento se basa en el cambio de alguna propiedad física, como la longitud, el volumen, la resistencia eléctrica o el color.

Para construir un termómetro es necesaria una sustancia termométrica y una propiedad termométrica de dicha sustancia. La escala de temperaturas puede definirse suponiendo que existe una relación continua y monótona entre la propiedad termométrica escogida y la temperatura medida. Por ejemplo, la sustancia puede ser el mercurio contenido en un tubo capilar de vidrio y la propiedad termométrica sería la longitud de la columna de mercurio.

Temperatura

Para medir la temperatura se utilizan tres escalas termométricas: Celsius o centígrada, Fahrenheit y Kelvin. Para definir la escala Celsius y Fahrenheit se eligen dos temperaturas de referencia, llamados puntos fijos, y se asignan valores arbitrarios a dichas temperaturas, determinando así la posición del cero y el valor de la unidad.

Celsius asigna 0 grados y 100 grados respectivamente estos dos puntos fijos, mientras que Fahrenheit asocia 32 grados y 212 a esas mismas temperaturas. Una de estas temperaturas de referencia es el punto de fusión del hielo, es decir, la temperatura de una mezcla de agua y hielo a nivel del mar. La otra temperatura de referencia es el punto de ebullición del agua, también a nivel del mar.

Para determinar cualquier otra temperatura se utiliza un termómetro de líquido, por lo general mercurio, en recipiente de vidrio. Se ponen marcas en los puntos hasta donde llega la columna de mercurio, cuando el termómetro se coloca en un recipiente con hielo fundiéndose y agua hirviendo. La longitud de la columna de líquido entre estos dos puntos, Celsius la divide en 100 partes iguales y cada una de ellas es un grado Celsius ($^{\circ}\text{C}$); para esta misma longitud, Fahrenheit la divide en 180 partes iguales, cada una de las cuales es un grado Celsius ($^{\circ}\text{C}$), como se muestra en la figura 1.

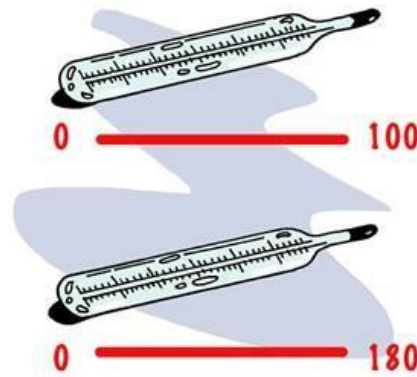


Figura 1. Relación entre la escala Celsius y Fahrenheit.

Por último, la importancia de la escala Kelvin es que tiene un significado físico propio, pues no depende de puntos fijos arbitrarios, sino de la visión de la temperatura como expresión de la cinética molecular, y para obtener el valor 0 (cero) se extrapoló la temperatura a la cual teóricamente cesa el movimiento molecular. Este valor es igual a -273.15°C . A este valor se denomina cero absoluto. La conversión de grados centígrados a grados Kelvin es

$$T[K] = T[^{\circ}\text{C}] + 273.15$$

Cualquier cuerpo tiene una temperatura igual o mayor que el cero absoluto y por lo tanto pueden emitir energía térmica o calor (Salomon, 2010).

Cuando se tocan el cuerpo el sentido del tacto permite hacer una estimación de su temperatura. De manera que, si se pone en contacto térmico dos objetos, A y B, de manera que al tacto parezca que la temperatura del cuerpo B sea mayor que la del cuerpo A, después de cierto tiempo tanto A como B producen la misma sensación de temperatura. En esta situación se dice que A y B están en equilibrio térmico entre sí. La generalización de esta observación, usando un termómetro en vez del tacto, se conoce como la **ley cero de la termodinámica**, la cual se enuncia como sigue:

Si los cuerpos A y B están en equilibrio térmico con un tercer cuerpo C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí.

Así pues, si se tienen dos cuerpos A y B, los cuales están en equilibrio térmico con otro cuerpo C, y posteriormente se ponen en contacto A con B, se observa que ni las propiedades de A ni las de B cambian, por lo que A y B también están en equilibrio térmico.

Es importante destacar que la ley cero de la termodinámica es una manera elegante de decir que la temperatura es una medida de lo caliente o frío que esté un sistema. La parte importante de la ley cero es que explica que existe una variable termodinámica llamada temperatura.

1.2. Sustancias puras

En esta parte se estudiarán las sustancias puras y se consideraran algunas propiedades como son: el volumen específico, presión y temperatura (propiedades antes vistas y muy familiares de las sustancias puras), asimismo se discutirán los métodos gráficos utilizados para representar la variación de distintas propiedades.

Una sustancia que tiene una composición química fija recibe el nombre de **sustancia pura**, aunque cambie de estado físico como en el caso de un sistema de una mezcla de agua y vapor, el hielo y el agua es una sustancia pura.

A veces una mezcla de gases, como el aire, se considera que es una sustancia pura, estrictamente hablando esto no es cierto, será una sustancia pura siempre que no haya un cambio de fase.

En este subtema se definirán y aplicarán las propiedades de las sustancias puras, calor latente y calor sensible de las sustancias puras, manejo, uso y representación de diagramas.

También se describirán las leyes que rigen los gases ideales y no ideales, así como la relación entre distintas variables como la presión, el volumen y la temperatura.

1.2.1. Clasificación de las sustancias

Una sustancia pura es una sustancia que tiene una composición química invariable, por lo tanto, sus propiedades fisicoquímicas serán también invariables y dependen de la presión. Por ejemplo, el agua como sustancia pura a una atmósfera de presión y 0°C se encontrará en estado sólido si hay una diferencia de temperatura en sus alrededores empezará a cambiar de fase al estado líquido, la temperatura del hielo permanecerá constante hasta que todo el sólido se convierta en líquido y todo el calor suministrado para que ocurra esta conversión de sólido a líquido se le llama **calor latente de fusión**.

Una vez que todo el hielo se convierte a líquido empieza a subir la temperatura desde 0°C a 100°C. A la energía en forma de calor que se transfiere al líquido para elevar la temperatura de 0°C a 100°C se le llama **calor sensible**, y toda el agua sigue como líquido si la presión continúa constante a una atmósfera y se le sigue aplicando calor, el agua empezará a hervir y comenzará a evaporarse a temperatura constante de 100°C hasta que se evapore la última gota de agua y a todo el calor recibido por el agua para convertirse en vapor se le llama **calor latente de evaporación**, una vez evaporada toda el agua empezará a subir la temperatura calentando más el vapor llamado vapor sobrecalentado, si se le sigue aplicando calor seguirá aumentando la temperatura y la presión, hasta llegar al punto crítico, donde no hay diferencia de fases.

1.2.2. Propiedades de las sustancias

Para comenzar a explicar las propiedades de las sustancias puras se seleccionó el agua, como una sustancia pura conocida y vital para la humanidad y de mayor uso en los procesos termodinámicos, paso a paso se irá describiendo su comportamiento de acuerdo a la aplicación de calor pasando por todos sus estados termodinámicos, mencionando sus propiedades, nombres y representando en forma de gráfico para su mejor comprensión y objetividad de los fenómenos.

Si el agua se encontrará en un sistema a 20°C pero a una presión de una atmósfera, en esta condición el agua se encuentra en un estado de líquido comprimido o líquido subenfriado. Lo que significa que no está a punto de evaporarse. El calor se transfiere al agua hasta que su temperatura aumente, por ejemplo, a 40°C, aumentará el volumen específico conforme aumente la temperatura, si es un sistema de cilindro – émbolo se

moverá ligeramente el émbolo desplazándose hacia arriba y la presión se mantiene constante, ya que el desplazamiento del émbolo depende de la presión atmosférica y de la masa del émbolo (Figura 2). En estas condiciones el agua sigue siendo líquido comprimido porque no ha llegado a la temperatura de evaporación.



Figura 2. Émbolo a presión constante.

Conforme se transfiere el calor, la temperatura aumenta hasta que alcanza 100°C en este punto el agua inicia su evaporación, está por suceder un proceso de cambio de fase de líquido a vapor. Un líquido que está a punto de evaporarse se le llama líquido saturado (Figura 3). En este proceso de cambio de líquido a vapor la temperatura permanece constante, pero hay absorción de calor, a este calor absorbido en el sistema para el cambio de fase se le llama **calor latente**.



Figura 3. Líquido saturado en émbolo.

Una vez que empieza la ebullición, el aumento de temperatura se detendrá hasta que el líquido se evapore por completo. La temperatura permanece constante mediante el proceso de cambio de líquido a vapor, si la presión permanece constante. Al nivel del mar la presión es igual a 1 atmósfera y el termómetro leerá siempre 100°C, el único cambio que ocurre en este proceso es el aumento de volumen (Figura 4). Un vapor a punto de condensarse se le llama **vapor saturado**, cuando ocurre el proceso de conversión de líquido a vapor o de vapor a líquido en el sistema existe una mezcla

saturada de líquido y vapor debido a que las fases coexisten en equilibrio de estos estados.



Figura 4. Desplazamiento del émbolo por cambio de volumen.

Si al vapor saturado se le sigue aplicando calor existe un aumento de temperatura y volumen específico al cual se le llama vapor sobrecalentado.

En el diagrama T – Q, pueden observarse dos líneas horizontales una a la temperatura de 0°C que representa agua en estado sólido y otra que representa agua líquida a 100°C, y ambas a 1 atmósfera de presión, si en ambos casos se le sigue aplicando calor la temperatura se mantiene constante hasta que en el primero todo el sólido (hielo) se convierta el líquido y en el segundo caso toda el agua líquida se convierta en vapor (Figura 5). En ambos casos todo el calor transmitido para el cambio de estado de una sustancia a temperatura constante se le llama **calor latente**.

También en el mismo diagrama pueden observarse dos líneas inclinadas, en la primera representa al agua en estado sólido muy por debajo del punto de congelación, por ejemplo -17°C, para llevar el agua a 0°C existe un aumento de temperatura y suministro de calor, lo mismo ocurre en la segunda línea inclinada del segundo diagrama, al cambiar la temperatura de líquido 0°C a líquido a 100°C, también existe una absorción de calor y aumento de la temperatura (Figura 5). En ambos casos la cantidad de calor absorbida o liberada por una sustancia con cambio de temperatura sin producir un cambio de estado se le llama **calor sensible**.



Figura 5. Calor sensible y calor latente.

Calor Sensible es el calor que provoca variación de temperatura. **Calor Latente** es aquel que no provoca variación de temperatura, corresponde a los cambios de estado de sólido a líquido y de líquido a gaseoso.

Las propiedades de la sustancia pura son mejor visualizadas a través de diagramas, tablas y gráficos.

1.3. Propiedades volumétricas de los fluidos y sus diagramas Pv, PT, PVT

Una sustancia pura como el agua, en condiciones normales de presión y temperatura como líquido, si se le aplica calor se puede convertir a vapor sobrecalentado hasta llegar a los estados críticos y supercríticos en donde adquiere propiedades similares a los de un gas, en este subtema se trata mediante diagramas las propiedades volumétricas de los fluidos.

Las propiedades termodinámicas, como la entalpía y energía interna, con las que se calcula el calor y el trabajo requerido por los procesos industriales, no se pueden medir directamente, pero se pueden calcular mediante datos volumétricos. Para sentar las bases de esos cálculos, en este subtema se describe el comportamiento de presión – volumen – temperatura (PVT) de sustancias puras. Además, estas relaciones PVT son importantes en sí mismas para propósitos tales como metrología de fluidos y diseños de recipientes, así como en tuberías.

1.3.1. Propiedades volumétricas de los fluidos

Dos fases de una sustancia pura coexisten en equilibrio. El agua existe como una mezcla de líquido vapor de una caldera y en el condensador de una central

termoeléctrica. El refrigerante pasa de líquido a vapor en el congelador de un refrigerador.

En vista de que es una sustancia familiar, el agua se empleará para demostrar los principios de las propiedades volumétricas, tomando en cuenta que en todas las sustancias puras se observa el mismo comportamiento. Las variaciones en las propiedades durante los procesos de cambio de fases se estudian y comprenden mejor con la ayuda de diagramas de propiedades. A continuación, se exponen los diagramas T-v, Pv, y PvT.

En este subtema serás capaz de comprender paso a paso, mediante los diagramas T-v, Pv, y PvT, el comportamiento de una sustancia pura, de tal suerte que estas propiedades volumétricas son similares para todas las sustancias puras, donde **T** es la temperatura absoluta, **v** es el volumen específico y **P** es la presión absoluta.

El proceso de cambio de fase del agua a una atmósfera de presión se describió en el subtema *Propiedades de las sustancias*. Ahora este proceso se repetirá a diferentes presiones para elaborar el diagrama T-v correspondiente al agua, al añadir pesos sobre la parte superior del émbolo, hasta que la presión P_1 , dentro del cilindro, alcance a P_2 , el agua tendrá un volumen específico más pequeño que el que tenía a la presión P_1 .

A medida que se trasfiere calor al agua bajo esta nueva presión, el proceso seguirá una trayectoria muy similar a la del proceso a una presión P_1 , aunque hay diferencias notables.

Primero a la presión P_1 el agua empieza a hervir a temperatura más alta; segundo, el volumen específico del líquido saturado es más grande y el volumen específico del vapor saturado es más pequeño que los valores correspondientes bajo la presión P_1 . Esto es, la línea horizontal que conecta los estados de líquido saturado y de vapor saturado es mucho más corta.

Conforme aumenta la presión la línea de saturación se va acortando como se observa en la figura de calor sensible y calor latente, y el punto superior corresponde al punto crítico del agua, propiedad física características de las sustancias, en ese punto existe una presión crítica, volumen específico crítico y temperatura crítica. A los fluidos que están arriba de las condiciones críticas se les llaman fluidos supercríticos (Ver figura 6).

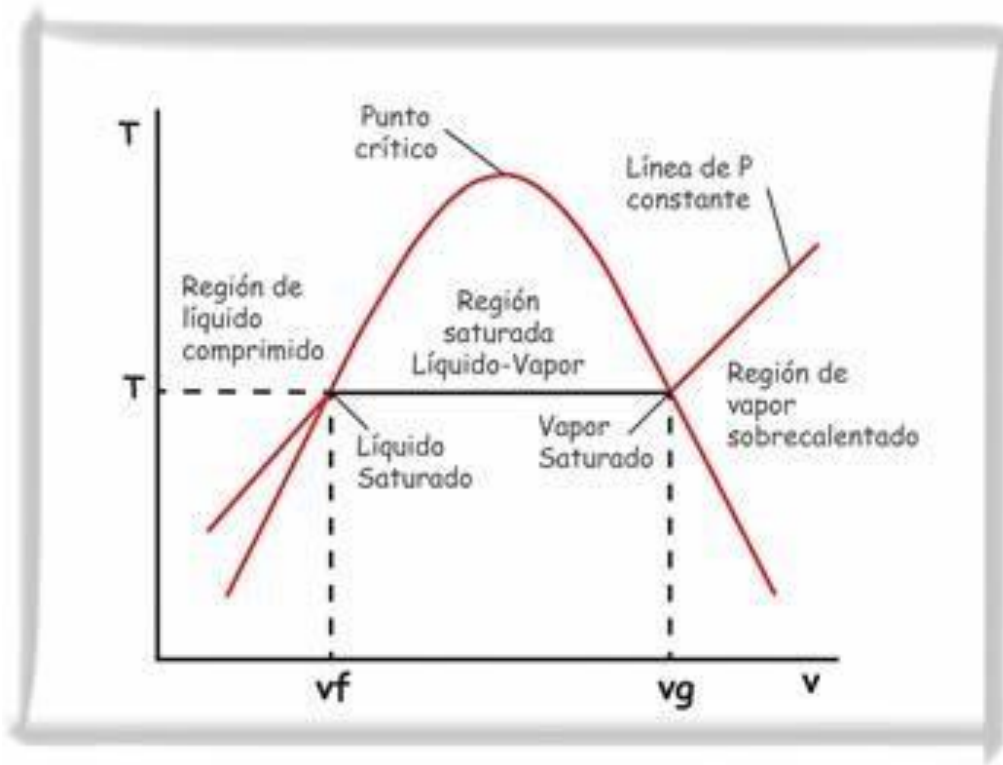


Figura 6. Punto crítico del agua.

El cambio de volumen de las sustancias puras está relacionado con la presión y la temperatura.

1.3.2. Diagramas de Pv, PT y PvT

Es muy importante la interpretación de los diagramas y su comportamiento en cada una de las etapas de un proceso, debido a que esto facilitará la interpretación de los problemas, te ayudará a entenderlos mejor.

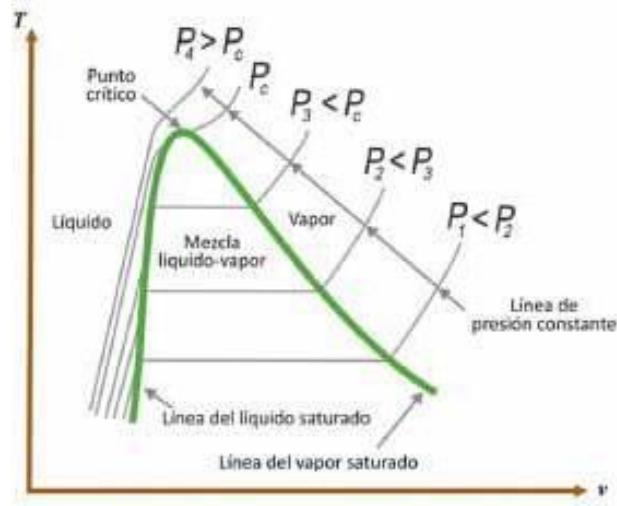


Figura 7. Diagrama T-v.

El diagrama P-v de una sustancia pura es similar al diagrama T-v, pero las líneas constantes de T al igual que este diagrama presentan una tendencia hacia abajo, como se muestra en la Figura 7.

Considérese nuevamente un sistema cilindro-émbolo que contiene agua líquida a 1 [MPa] a 150°C. En este estado existe como líquido comprimido. Si se disminuye el peso al émbolo la presión dentro del cilindro disminuye gradualmente y el volumen del agua aumenta, desplazando el émbolo hacia arriba (Figura 7).



Figura 7. Sistema cilindro-émbolo.

Se deja que el agua intercambie calor con los alrededores, por lo que su temperatura permanece constante. Cuando se alcance el valor de la presión de saturación a la temperatura especificada (0.4758 MPa), el agua comenzará a hervir. Durante este proceso de evaporación, tanto la temperatura como la presión permanecen constantes, pero el volumen específico aumenta. Después de que se evapora la última gota de líquido, una reducción adicional en la presión produce otro aumento en el volumen específico.

Durante el proceso, cambio de fase, no es posible eliminar ningún peso, hacerlo causaría que la presión y, en consecuencia, las temperaturas disminuirían y el proceso ya no sería isotérmico. Si el proceso es repetido a otra temperatura se obtendrán trayectorias similares para los procesos de cambio de fase. Al conectar mediante una curva los estados líquidos de líquido saturado con los de vapor saturado, se obtiene el diagrama P-v de una sustancia pura, como lo muestra la Figura 8.

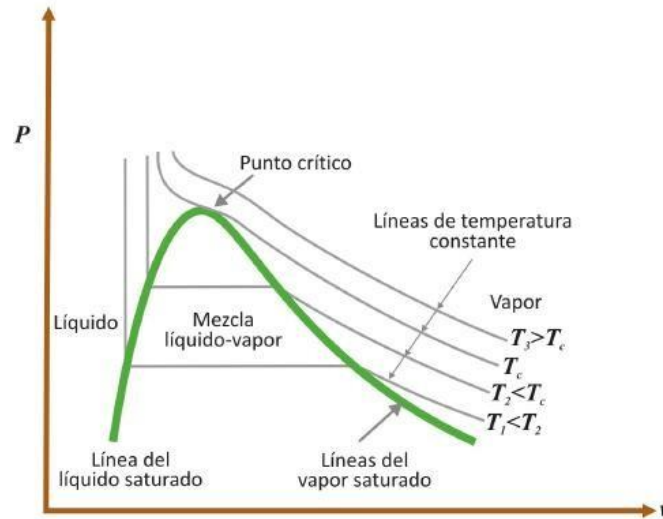


Figura 8. Diagrama P-v.

Es posible representar el diagrama P-v-T de una sustancia como una superficie en el espacio, como muestra la Figura 9, aquí T y v son las variables independientes y P la variable dependiente.

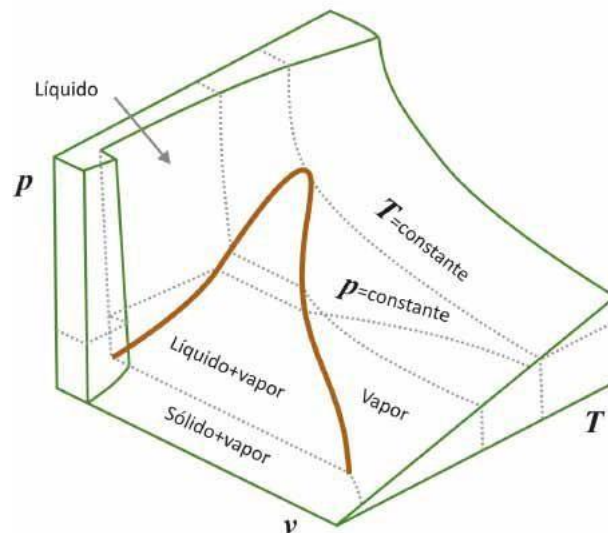


Figura 9. Diagrama P-v-T.

Todos los puntos sobre la superficie representan estados de equilibrio. La totalidad de los estados a lo largo de la trayectoria de un proceso de cuasiequilibrio yacen sobre la superficie P-v-T, puesto que tal proceso debe pasar por estados de equilibrio. Las regiones de una fase aparecen como superficies curvas sobre la superficie P-v-T, y la región de dos fases como superficies perpendiculares al plano P- T. Era de esperarse puesto que las proyecciones de las regiones de dos fases sobre el plano P-T son líneas.

La totalidad de los diagramas bidimensionales expuestos hasta ahora son solo proyecciones de esta superficie tridimensional sobre los planos apropiados. Un diagrama P-v y el diagrama T-v es justo una proyección de la superficie P-v-T sobre el plano P-v, y el diagrama T-v no es más que una ojeada a esta superficie. La superficie P-v-T presenta de inmediato una gran cantidad de información, pero en un análisis termodinámico es más conveniente trabajar con diagramas bidimensionales como P-v y T-v.

Cuando las sustancias puras alcanzan las condiciones críticas de los fluidos críticos se comportan como gases. Los gases obedecen ciertas leyes que se mencionarán en el siguiente subtema, mientras que los gases no ideales solo la cumplen a bajas presiones.

1.3.3. Ley de los gases ideales

Descripción macroscópica del gas ideal

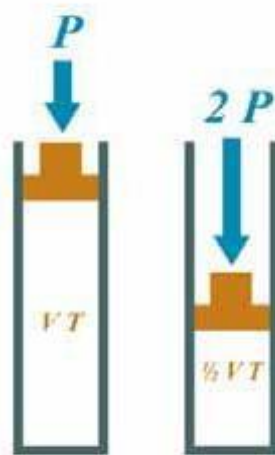
El estudio de los gases es importante, entre otras razones porque viven inmersos en un gas ¿cuál es ese gas?, efectivamente, es la atmósfera; esta se extiende a muchos kilómetros por encima de la superficie de la Tierra, no tiene una superficie definida, como el agua de los océanos, y su densidad es variable, ya que disminuye con la altura.

Para describir el comportamiento de un gas de masa m , es necesario encerrarlo en un recipiente de volumen V , para posteriormente realizar experimentos. Llevando a cabo estos experimentos se ha encontrado que, a densidades pequeñas, todos los gases tienden a mostrar una relación sencilla entre las variables macroscópicas V , P y T , a esta relación se le conoce como la **ecuación de estado**, y a los gases que cumplen con esa relación se les llama **gases ideales**.

Afortunadamente la mayor parte de los gases a temperatura ambiente y presión atmosférica se comportan como si fueran gases ideales, de aquí la importancia de investigar la ecuación de estado para los gases a bajas presiones.

Así pues, la cantidad de gas en un determinado recipiente contribuye a determinar la presión P en su interior, y es esa presión, junto con su temperatura T , el volumen V del recipiente y la masa m del gas, de allí el nombre de variables macroscópicas.

Existen tres leyes que describen bastante bien el comportamiento de las variables macroscópicas antes mencionadas, siempre y cuando el gas en cuestión se encuentre a baja presión, su densidad sea pequeña y también se eviten bajas temperaturas, esto es, temperaturas cercanas al punto de licuefacción.



Ley de Boyle

En 1659 Robert Boyle fabricó una bomba de vacío motivado por la lectura sobre los experimentos de Von Guericke sobre el vacío. Con este dispositivo conocido como motor de Boyle mostró que el sonido se transmitía como una vibración en el aire, verificó la afirmación de Galileo sobre la caída libre independiente del peso, mostró que la columna de mercurio en el barómetro de Torricelli se reducía a cero cuando se ponía en una cámara de vacío.

Los experimentos que hizo sobre el vacío lo llevaron al estudio de los gases lo que le permitió en 1662 establecer la dependencia entre la presión y el volumen de cualquier gas. Si se mantienen constantes la temperatura y la masa, el volumen de un gas varía en proporción inversa a la presión. Esta ley se puede expresar como $PV = K_1$, donde P es la presión, V es el volumen y K_1 es una constante de proporcionalidad. Por ejemplo, una burbuja que sube en un líquido, a medida que sube, el volumen aumenta y la presión va disminuyendo.

Ley de Charles

La temperatura también afecta el volumen de un gas, sin embargo, la relación entre estas variables pasó inadvertida, hasta que casi un siglo después de los trabajos de Boyle, el francés Jacques Charles en 1787 encontró que cuando la presión no es muy alta y se mantiene constante, el volumen de un gas aumenta con la temperatura casi en forma constante.

Charles encontró que si la presión se mantiene constante entonces el comportamiento de la mayor parte de los gases se apega a la ecuación $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$, en la que el coeficiente de dilatación es igual para todos ellos $\gamma = 0.0037 K^{-1} = \frac{1}{273K}$. De manera que si se grafica V en función de T a presión constante, se obtiene una recta que pasa por el origen, es decir, cuando se mantiene constante la presión, el volumen de una masa de gas varía directamente proporcional con la temperatura absoluta. A este enunciado se le conoce como la ley de Charles, la cual se puede escribir también como $\frac{V}{T} = K_2$, en donde V es el volumen, T es la temperatura absoluta y K_2 es una constante.

Ley de Gay-Lussac

Otra de las ecuaciones básicas de los gases la encontró Louis Gay-Lussac en 1802 y afirma que cuando se mantiene constante el volumen, la presión de determinada cantidad de gas varía en relación directa con la temperatura absoluta, esto es, $\frac{P}{T} = K_3$, donde P es la presión, T es la temperatura absoluta y K_3 es una constante. En otras palabras, lo que encontró Gay-Lussac es que la presión dentro de una lata de aerosol aumenta tanto cuando se arroja al fuego, que las hace explotar.

La ley del gas ideal

Es por demás mencionar que las tres leyes de los gases se pueden escribir juntas, para lo cual basta con multiplicar las tres ecuaciones $PV = K_1$, $\frac{V}{T} = K_2$ y $\frac{P}{T} = K_3$ y se obtiene $\frac{P^2 V^2}{T^2} = K_1 K_2 K_3$, así que sacando raíz cuadrada y haciendo $\sqrt{\frac{K_1 K_2 K_3}{T}} = K$ queda $\frac{PV}{T} = K$,

para una masa fija de gas.

La variable que falta considerar en la ecuación anterior es la masa m del gas. Para lo cual se dejan fijas la presión P y la temperatura T , así que de acuerdo a la ecuación $\frac{PV}{T} = K$ y considerando que la densidad ρ está dada por $\rho = \frac{m}{V}$ se tiene que el volumen es directamente proporcional a la masa (V a m), puesto que la densidad es constante porque tanto la temperatura como la presión son constantes.

Otra forma de visualizar la proporción es considerando dos recipientes que tengan la misma masa de un cierto gas, unidos por una pared que se puede quitar fácilmente como se muestra en la figura 10.

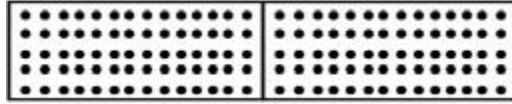


Figura 10. Dos recipientes con la misma masa de un gas, unidos por una pared.

Si se quita la pared se tendría que el volumen aumenta al doble y la masa también aumenta al doble pues se mencionó antes tanto la temperatura como la presión son las mismas. Si se colocan tres recipientes y se realiza la misma operación se tendría que el volumen aumenta al triple y la masa también aumenta al triple, etc. Es decir, el volumen es directamente proporcional a la masa.

De lo anterior se concluye que la constante K de la ecuación $\frac{PV}{T} = K$ es directamente proporcional a la masa. Por tanto, se puede escribir la proporción PV a mT .

Esta proporción relaciona las variables importantes para los gases y se puede transformar en una igualdad agregándole una constante de proporcionalidad. Se demuestra experimentalmente que esta constante tiene diferentes valores para distintos gases. Pero cosa curiosa, sucede que es la misma para todos los gases si en lugar de la masa m , se usa el número de moles n .

Un mol se define como el número de gramos de una sustancia numéricamente igual a la masa molecular de la misma. Por lo tanto, se puede escribir la proporción anterior como la igualdad

$$PV = nRT$$

donde n es el número de moles y R es la constante universal de los gases, ya que como se dijo antes su valor es el mismo para todos los gases. El valor de R se encuentra experimentalmente y en el Sistema Internacional de Unidades su valor es

$$R = 8.315 \frac{J}{mol \cdot K}$$

A la ecuación $PV = nRT$, se le llama ecuación general de un gas ideal o bien ecuación de estado para un gas ideal.

Descripción microscópica del gas ideal

Una de las grandes revelaciones de la física es que todas las cosas ordinarias del mundo (montañas, ramas, televisiones, etc.) están formadas por combinaciones de

partículas diminutas de materia llamadas átomos. Los átomos se combinan para formar partículas más grandes llamadas moléculas. Por ejemplo, dos átomos de hidrógeno (H) se combinan con un solo átomo de oxígeno (O) para formar una molécula de agua (H_2O). La cual se representa en la figura 11.

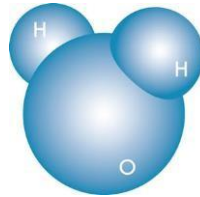


Figura 11. Esquema de una molécula de agua, formada por dos átomos de hidrógeno (H), con un átomo de oxígeno (O).

Los átomos y las moléculas se encuentran en movimiento sin fin, esto lo pueden deducir de algunas observaciones, como, por ejemplo, al abrir un frasco de perfume se puede percibir su olor en el otro extremo de la habitación al cabo de algunos segundos. La primera y más directa evidencia experimental de la realidad de los átomos fue la prueba de la teoría cinética atómica suministrada por los estudios cuantitativos del movimiento browniano, llamado así en honor de Robert Brown, a quién se acredita su descubrimiento en 1827.

Cuando Brown observaba al microscopio diminutos granos de polen suspendidos en agua, notó que éstos se movían en trayectorias tortuosas, aun cuando el agua estuviera inmóvil. Algunos años más adelante en 1905 Albert Einstein explicó el movimiento browniano, desde un punto de vista teórico. Es posible que Einstein no estuviera informado del trabajo de Brown, y predijo en forma independiente y teórica el movimiento browniano.

Una analogía con el gas ideal

Se puede establecer una analogía con un gas usando un recipiente de plástico flexible, este será el recipiente donde se encuentra el gas. Dentro del recipiente se coloca una buena cantidad de bolitas de plástico, las cuales jugarán el papel de las moléculas, para ponerlas en movimiento se usará un rehilete acoplado a un motor. El dispositivo se muestra en la figura 12.



Figura 12. Dispositivo para establecer una analogía con el gas ideal.

Al poner a funcionar el motor, las aspas del rehilete chocan con las bolitas de plástico haciendo que se muevan en todas direcciones. Estas bolitas a su vez chocan con la tapa del recipiente de manera que la presión a la que se encuentra sometida esta pared se debe al choque constante de las pequeñas esferas.

Se atrapa un poco de aire, alrededor de 20 mililitros, en una jeringa como se muestra en la figura 13.



Figura 13. Una masa de aire atrapado en una jeringa.

Cuando se le aplica una presión en el émbolo de la jeringa se reduce su volumen a 10 mililitros como se muestra en la figura 14.



Figura 14. Aire comprimido dentro de una jeringa.

Si se suelta el émbolo el aire se expande hasta recuperar su volumen original ¿a qué se debe este fenómeno? Efectivamente el aire contenido en la jeringa está compuesto por pequeñas esferitas moviéndose en todas direcciones y la presión sobre el émbolo de la jeringa se debe a que una partícula que golpea la superficie del recipiente ejerce una fuerza sobre cierta área, y como el aire atrapado en la jeringa se puede imaginar que está formado por una gran cantidad de partículas, entre todas aplican lo que se percibe como una sola fuerza sobre el émbolo de la jeringa.

Los gases y los átomos

Las leyes de los gases explican lo que les ocurre en diversas condiciones, pero no explican la razón por la que los susodichos gases se comportan de esa manera. La explicación del comportamiento observado de la materia siempre ha sido una motivación para los físicos.

A finales del siglo XVII se plantearon explicaciones para ese comportamiento de los gases. Newton propuso que un gas pudiera estar formado por diminutas partículas llamadas moléculas, las cuales deberían ejercer fuerzas repulsivas entre sí.

Sin embargo, el desarrollo de la teoría del comportamiento de los gases se dio hasta finales del siglo XIX. Esta teoría fue desarrollada por muchas personas y dado que la teoría supone que un gas está compuesto por partículas en movimiento se le llamó **teoría cinética de los gases**.

La teoría cinética es una descripción matemática de la forma en que un gran número de partículas diminutas, en rápido movimiento, se pueden manifestar macroscópicamente con las propiedades observadas en los gases.

En esta parte se analizará sólo lo básico de esta teoría, según la cual un gas se modela de acuerdo a las siguientes propiedades.

Un gas está constituido por un número grande de moléculas y también la separación entre ellas es grande comparada con sus dimensiones. Las moléculas obedecen las leyes de Newton y que en conjunto se mueven al azar.

Las moléculas experimentan choques elásticos ya sea entre ellas o con las paredes del recipiente (la energía cinética se conserva). No existen interacciones entre las moléculas salvo cuando chocan entre ellas.

El gas considerado es una sustancia pura, es decir, todas las moléculas son iguales.

Para encontrar una expresión que relacione la presión P , la temperatura T , el volumen V y la masa m , de un gas es necesario aplicar las leyes de la mecánica a las moléculas que constituyen ese gas.

Considérese pues un gas constituido por N moléculas dentro de un recipiente cúbico con lados de longitud d , como el que se muestra en figura 15.

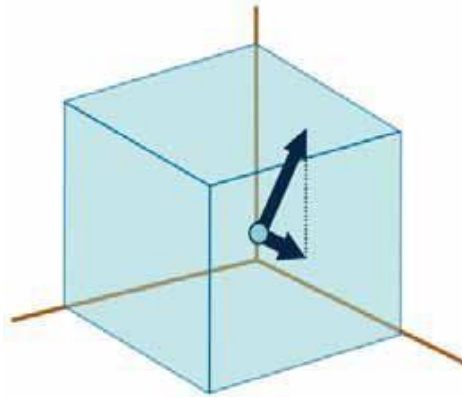


Figura 15. Recipiente cúbico con lados de longitud d y N moléculas en su interior.

Cuando una molécula se mueve en la dirección del eje x , su cantidad de movimiento, p , es mv_x , como se muestra en la figura 16.

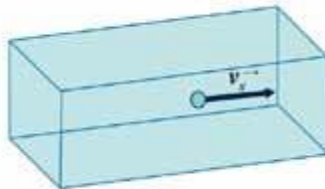


Figura 16. Molécula moviéndose en la dirección positiva del eje x .

Cuando la molécula choca elásticamente contra cualquiera de las paredes su velocidad se invierte, de manera que su cantidad de movimiento es ahora $-mv_x$, como se muestra en la figura 17.

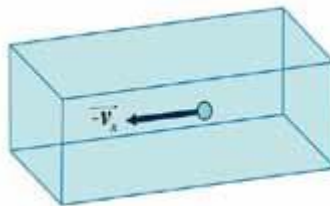


Figura 17. Molécula moviéndose en la dirección negativa del eje x .

Así que el cambio de la cantidad de movimiento está dado por la expresión:

$$\Delta p_x = mv_f - mv_i = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

Por tanto, el cambio de la cantidad de movimiento en la pared es $2mv_x$. Ahora usando la segunda ley de Newton se tiene que

$$F_1 \Delta t = \Delta p_x = 2mv_x$$

donde F_1 es la fuerza media que se ejerce sobre la molécula (o pared) y Δt es el intervalo de tiempo entre choques.

Para que la molécula experimente otro choque con la misma pared, debe recorrer una distancia $2d$ en la dirección x , por lo que el intervalo de tiempo entre dos colisiones con la misma pared es

$$\Delta t = \frac{2d}{v_x}$$

Sustituyendo este resultado en la expresión $F_1 \Delta t = \Delta p = 2mv_x$, se obtiene:

$$F_1 = \frac{2mv_x}{\frac{2d}{v_x}} = \frac{2mv_x^2}{2d} = \frac{mv_x^2}{d}$$

Así que la fuerza total que todas las moléculas ejercen sobre la pared se determina sumando las fuerzas medias ejercidas por todas las moléculas individuales esto es

$$F = \frac{m}{d} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2)$$

En esta ecuación v_{x1} es la componente de la molécula 1 en la dirección x , v_{x2} es la componente de la molécula 2 en la dirección x , etc. La suma total llega hasta N porque hay N moléculas, en el recipiente. Y como el valor promedio del cuadrado de la velocidad en la dirección x de las N moléculas es

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2}{N}$$

Entonces se puede escribir

$$F = \frac{m}{d} N \overline{v_x^2}$$

Ahora considerando nuevamente una sola molécula de las que se encuentran en el recipiente y que esta molécula tiene las componentes de velocidad v_x , v_y y v_z y usando el teorema de Pitágoras, se tiene que $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Por lo tanto el valor promedio

de v^2 para todas las moléculas del recipiente se relaciona con los valores promedio de v_x^2 , v_y^2 y v_z^2 , de acuerdo a la expresión

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Puesto que todas las direcciones de movimiento son equivalentes, entonces la velocidad media es la misma en cualquier dirección. Por tanto

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

de donde se tiene que

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

Así que la fuerza total sobre la pared es

$$F = \frac{N}{3} \left(\frac{m\overline{v^2}}{d} \right)$$

Y como se sabe la presión, P , se define como la fuerza entre el área ($P = \frac{F}{A}$), entonces la expresión anterior permite encontrar la presión sobre la pared, esta es

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{N}{d^3} m\overline{v^2} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{m\overline{v^2}}{2} \right)$$

o equivalentemente

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m\overline{v^2} \right)$$

En esta expresión se puede observar que la presión es proporcional al número de moléculas por unidad de volumen $\frac{N}{V}$ y a la energía cinética media de traslación de las moléculas $\left(\frac{1}{2} m\overline{v^2} \right)$.

Así pues, considerando el modelo simplificado de un gas ideal se puede relacionar la presión, que es una cantidad macroscópica, con una cantidad atómica, el valor promedio del cuadrado de la rapidez molecular, así que usando el modelo cinético molecular se puede establecer una relación entre el mundo atómico y a gran escala (macroscópico).

Usando la ecuación $P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V}\right) \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2}\right)$ se pueden explicar algunas de las características

de la presión que son bien conocidas por los estudiantes.

Por ejemplo, una forma de aumentar la presión dentro de un balón de basquetbol consiste en incrementar el número de moléculas por unidad de volumen en el recipiente, esto se logra poniendo aire en el interior de la pelota. Por otra parte, se tiene que la presión en el balón también se puede aumentar incrementando la energía cinética media de traslación de las moléculas del balón. Esto se puede lograr dejando el balón en los rayos del Sol, aumentando de esta manera la temperatura del aire que se encuentra en el interior del balón.

El número de Avogadro y la Teoría cinética

El científico italiano Avogadro, basándose en la información que se conocía en su época, formuló en 1811 una hipótesis muy importante en relación con el número de moléculas existentes en dos muestras de gas. De acuerdo con Avogadro, si se toman dos recipientes de igual volumen y que contengan gases diferentes, ambos a la misma temperatura y presión, el número de moléculas de gas en cada recipiente debe ser el mismo (figura 14).

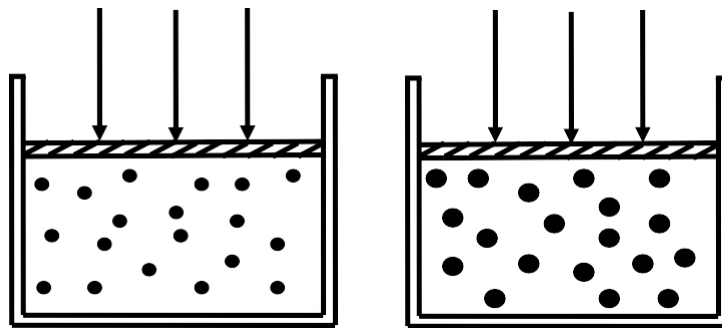


Figura 14. Estas dos muestras de gas que ocupan volúmenes iguales, a una misma presión y temperatura, tienen el mismo número de moléculas.

La hipótesis de Avogadro se ha confirmado con experimentos. Una de las verificaciones se efectúa realizando en el laboratorio la descomposición de algunos gases, por ejemplo, si se toman volúmenes iguales de ácido clorhídrico (HCl), agua (H₂O) y amoníaco (NH₃) en forma gaseosa, a la misma temperatura y presión.

De acuerdo con la hipótesis de Avogadro, las tres muestras de los gases considerados deben tener el mismo número, N , de moléculas.

Descomponiendo estos gases y recogiendo el hidrógeno liberado en cada muestra resulta que: para el HCl habría N átomos de H, para el H_2O habría $2N$ átomos de H y para el NH_3 , habría $3N$ átomos de H.

Cuando se lleva a cabo el experimento se confirma la afirmación anterior, ya que se obtiene una masa m de hidrógeno en la descomposición del HCl , una masa de $2m$ es obtenida para la descomposición del H_2O , y una masa de $3m$, de la descomposición del NH_3 .

La hipótesis de Avogadro está de acuerdo con que R tenga el mismo valor para todos los gases, ya que de la ecuación $PV = nRT$, se observa que para el mismo número de moles n y presión y temperatura iguales, el volumen será igual siempre que R sea igual. Por otra parte, se tiene que un mol de cualquier sustancia es la masa de la sustancia que contiene el número de Avogadro de moléculas, por lo que la constante R debe ser la misma para todos los gases.

El número de moléculas en un mol se llama número de Avogadro. El valor aceptado actualmente para este número es de $N_A = 6.022 \times 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}$.

Definición microscópica de la temperatura

Para establecer una definición de temperatura en términos de propiedades microscópicas, se comparan la ecuación que se obtuvo a partir de la teoría cinética $P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$ con la ecuación de estado del gas ideal $PV = nRT$.

Antes se tiene que escribir la ecuación de estado en términos del número de moléculas N , para lo cual se multiplica y divide por el número de Avogadro N_A , obteniéndose $PV = \frac{N}{N_A} nRT$, esto es: $PV = \left(\frac{nN}{N_A} \right) \frac{R}{N_A} RT$.

En esta expresión se tiene que $\frac{nN}{N_A}$ es el número de moléculas N y $\frac{R}{N_A}$ es una nueva

constante, a la cual se le conoce como constante de Boltzmann k_B . De manera que se puede escribir $PV = Nk_BRT$.

Así pues comparando se tiene que $Nk_BRT = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$, de donde se obtiene que la

Termodinámica I

Conceptos y propiedades termodinámicas

$$T = \frac{2}{3k_B} \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$$

Esto significa, por una parte, que la temperatura es una medida directa de la energía cinética molecular media. Y también usando este resultado combinado con la ecuación $P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right)$, se tiene que la presión que un gas ideal ejerce depende, como se mencionó antes, únicamente del número de moléculas por unidad de volumen $\frac{N}{V}$ y de la temperatura T .

1.3.4. Ley de los gases no ideales

En el apartado anterior se estudió el comportamiento de un gas ideal, se mostró que a escala macroscópica la ecuación de estado está dada por la expresión

$$PV = nRT$$

Los gases reales cumplen con esta relación con buena aproximación cuando la densidad es baja. Sin embargo, el comportamiento se hace muy diferente cuando la densidad aumenta. Asimismo, la teoría cinética proporciona la descripción microscópica del comportamiento de un gas ideal, para lo cual se tienen que hacer suposiciones las cuales no se cumplen en el caso de que la densidad sea grande.

Así pues, se tiene que los gases ideales obedecen ciertas leyes mientras que los gases no ideales solo las cumplen a bajas presiones, debido a esas desviaciones para los gases no ideales se han hecho intentos de establecer ecuaciones de estado que reproduzcan la relación PVT de una manera satisfactoria.

La más conocida y también la más antigua de las ecuaciones de estado es la llamada ecuación de Van der Waals la cual se puede escribir como

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

Donde la constante b es para corregir el volumen ocupado por las moléculas y el término $\frac{a}{V^2}$ es una corrección que tiene que tomar en cuenta la fuerza de atracción entre

moléculas. Los valores de las constantes a y b deben determinarse experimentalmente.

Cierre de la unidad

A lo largo del estudio de la unidad se explicaron los principios básicos para comprender los sistemas termodinámicos que son de gran importancia en tu formación como ingeniero.

Ahora ya cuentas con las bases para el estudio de la primera y segunda ley de la termodinámica, las cuales se abordan en las siguientes unidades.

¡Adelante!

Para saber más

Para reforzar tus conocimientos sobre la unidad, se te proponen los siguientes sitios web.

- Conceptos básicos de la Termodinámica: Principio Cero, Temperatura Empírica, Escalas Termométricas, Gas Ideal.
<http://estudiarfisica.wordpress.com/2009/01/17/fisica-general-13-conceptos-basicos-de-la-termodinamica-principio-cero-temperatura-empirica-escalas-termometricas-gas-ideal/>
- Conceptos de presión: Gobierno de España Ministerio de Educación, l. d. (31 de 01 de 2005). ITE. Recuperado el 14 de 03 de 2011, de
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/presion/quees.html
- Ecuaciones de estado de gases ideales: Gobierno de España, l. d. (17 de 06 de 2008). ITE. Recuperado el 14 de 03 de 2011, de
<http://platea.pntic.mec.es/cpalacio/GasesIdeales2.html>
- Propiedades de las sustancias puras: PROENERGIA, S. (2010). PROENERGIA. Recuperado el 14 de 03 de 2011, de
<http://www.proenergia.com/id82.html>

Fuentes de consulta



1. García-Colín, Leopoldo. (2005). *Introducción a la Termodinámica Clásica*. 4a ed. México: Trillas.
2. Resnick-Halliday-Krane. (2004). *Física*. Volumen I. 10ª edición. México: Prentice Hall.
3. Sears F. W., Zemansky M. W., Dittman R. H. (1990). *Calor y termodinámica*. 6ª edición. México: McGraw-Hill.
4. Salomon, S., Miatello, R. (2010, septiembre). *El termómetro: historia de uno de los instrumentos*. BIOCELL, Norteamérica [en línea], N°34. Consultado el 17 de mayo de 2010, de:
<http://bdigital.uncu.edu.ar/ojs/ojs/index.php/r15/article/view/42/14>
5. Smith, J. M., & Van Ness, H. C. (2007). *Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química*. México: McGraw-Hill.
6. Sonntag, R. E., & Van Wylen, G. J. (2006). *Introducción a la Termodinámica Clásica y Estadística*. México: LIMUSA.
7. Van Wylen, G. J., Sonntag, R. E., & Borgnakke, C. (2006). *Fundamentos de Termodinámica*. México: LIMUSA.