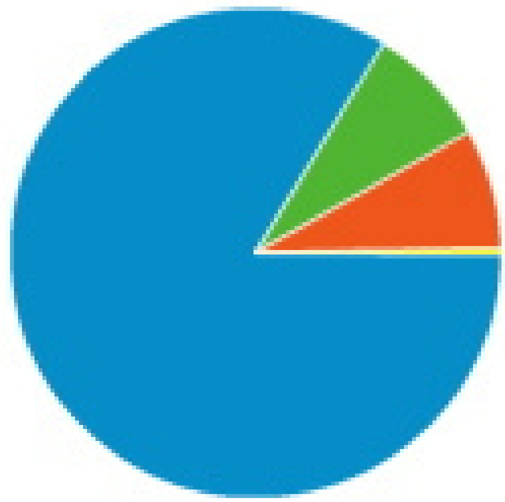
UnADM
Universidad Abierta y a Distancia de México

# Estadística básica

## Unidad 3. Muestreo, medidas de tendencia central y dispersión

Universidad Abierta y a Distancia de México | Tronco Común

# Muestreo, medidas de tendencia central y dispersión



Gráfica. Fuente: tomado de https://www.flickr.com/

# Índice

## Presentación de la unidad

Bienvenido a esta Primera unidad de Estadística básica

En esta unidad, continuarás con la revisión de la unidad 1, tomándola como referencia para cumplir con los logros establecidos para esta unidad. Es importante que tomes en cuenta las actividades, porque de ellos derivan el complimiento de los logros de aprendizaje.

Las sesiones de cada unidad se dividen de la siguiente manera:

### Unidad 2. Representación numérica y gráfica de datos

**Sesión 4**. Distribución de frecuencias

**Sesión 5**. Representacíón gráfica

**Sesión 6** . Interpretació

La unidad está dividida en sesiones, para que identifiques las actividades que realizarás y los conocimientos que necesitas para resolverlas.

## Competencia específica

**Analiza** una muestra estadística para describir e interpretar el comportamiento de los datos con base en las medidas de tendencia central y dispersión, y su representación mediante los diferentes tipos de gráficos asociados.

## Logros de aprendizaje

### Sesión 1. Obtener una muestra estadística

**Genera** una muestra a partir de un conjunto de datos agrupados o desagrupados que permita la descripción del comportamiento estadístico de dichos datos y describe la muestra generada con sus características principales: tamaño, variables y rango.

### Sesión 2. Medidas de tendencia central y dispersión

**Calcula** las medidas de tendencia central y dispersión de la muestra estadística cuantificando las propiedades básicas de media, mediana, moda, varianza y desviación estándar empleando las fórmulas estadísticas debidamente justificadas e interpretadas.

### Sesión 3. Reporte estudio estadístico

**Reporta** el estudio estadístico de la muestra para sintetizar el comportamiento de los datos y su representación gráfica mediante las medidas de tendencia y dispersión, el tamaño de la muestra y el rango de valores.

# Sesión 1. Obtener una muestra estadística

**Logro de aprendizaje**

**Genera** una muestra a partir de un conjunto de datos agrupados o desagrupados que permita la descripción del comportamiento estadístico de dichos datos y describe la muestra generada con sus características principales: tamaño, variables y rango.

## Introducción

Los métodos que se analizan en esta sesión son importantes, ya que el método que se utiliza para reunir datos muéstrales redunda en la calidad del análisis estadístico. El concepto de una ***muestra aleatoria simple*** es especialmente importante, mientras debemos tener presente la siguiente definición:

**Si los datos muestrales no se reúnen en forma adecuada resultaría tan inútiles que ningún grado de tortura estadística podría salvarlos.**

La primer a sesión introduce los fundamentos de la recolección de datos y la otra refina la comprensión de dos tipos de estudios: los estudios observacionales y los experimentos.

# Fundamentos de la recolección de datos

Los métodos estadísticos se rigen por los datos recabados. Por lo regular, obtenemos datos de dos fuentes distintas: estudios observacionales y los experimentos.

**Definiciones**

**Estudio observacional**
Observa y mide características específicas, pero no se intenta modificar a los sujetos que estamos estudiando.

**Experimento**
Cuando se establece una condición o tratamiento a un estudio estadístico, se le considera un experimento.

**Ejemplo 1**

**Estudio observacional**

Un ejemplo de este experimento puede ser una encuesta a un grupo de personas sobre las elecciones del 2018. Se interrogo a los individuos en relación con sus preferencias electorales, pero no se les aplicó ningún tratamiento.

**Experimento**

Si se realiza un experimento con dos grupos de personas, las primeras recibieron un tratamiento para la hepatitis B y la otra para el sarampión. En este caso, las vacunas son tratamientos que modifican a los sujetos, por lo que se trata de un ejemplo de experimento.

Ya sea que se realice cualquiera de estos dos estudios, es importante la elección de la muestra de sujetos de forma tal que represente a la población en general. Aunque las muestras de respuesta voluntaria son muy comunes, sus resultados no suelen ser útiles para hacer inferencias válidas cerca de poblaciones grandes.

**Definiciones**

**Muestra aleatoria simple**

Una muestra aleatoria simple de *n* sujetos se selecciona de manera que cada posible *muestra del mismo tamaño n* tenga la misma posibilidad de ser elegida.
Partiendo de esta definición, establecemos otras dos definiciones.

**Muestra aleatoria**

Los miembros de la población se seleccionan de forma que cada ***miembro individual*** tenga la misma posibilidad de ser elegido.

**Muestra probabilística**

Implica seleccionar a miembros de una población de forma que cada miembro tenga la posibilidad conocida (aunque no necesariamente la misma) de ser elegido.

Revisa el siguiente ejemplo para diferenciar cada una de las definiciones anteriores.

**Ejemplo 2**

**Muestreo de senadores**

Cada uno de los 32 estados de la República Mexicana envía diputados al congreso de la unión, de manera que hay 80 senadores. Suponga que se anota el nombre de cada estado en una tarjeta separada, que se mezclan las 40 tarjetas en un recipiente y después se selecciona una de ellas. Si suponemos que los dos senadores del estado seleccionado constituyen una muestra, ¿el resultado es una muestra aleatoria? ¿Una muestra aleatoria simple? ¿Una muestra probabilística?

**Solución**

Si observas, se trata de una muestra aleatoria porque cada diputado tiene la misma probabilidad (una en 40) de ser elegido. *No* se trata de una muestra aleatoria simple porque no todas las muestras de tamaño 2 tienen la misma probabilidad de ser elegidas. (quiere decir que sería imposible seleccionar a dos senadores de estados diferentes). Es una muestra probabilística porque cada diputado tiene una probabilidad conocida (una de 40) de ser elegido.

Existen otras técnicas de muestreo, describiremos los más comunes.

**Definiciones**

**Muestreo sistemático**

Elegimos algún punto de partida y luego seleccionamos cada *k*-ésimo (por ejemplo, cada 15 elementos de una población.

**Muestreo de conveniencia**

Se utilizan los resultados que sean más fáciles de obtener.

**Muestreo estratificado**

Se subdivide a la población en al menos dos subgrupos diferentes, de manera que los sujetos que pertenecen al mismo subgrupo compartan las mismas características (genero, categoría de edad) y luego se obtiene una muestra de cada subgrupo.

**Muestreo por conglomerados**

Se divide el área de la población en secciones (o conglomerados), luego se elige al azar algunos de estos conglomerados y después se elige a todos los miembros de los conglomerados seleccionados.

Debemos de cuidar no confundir al muestreo estratificado y el muestreo por conglomerados, ya que ambos implican la formación de subgrupos. Para diferenciarlos tomemos en cuenta los siguiente.

El muestreo por conglomerados considera a *todos* los miembros de una *muestra* de conglomerados.

El muestreo estratificado emplea una *muestra* de los miembros de *todos* los estratos.

# Metodología del muestreo aleatorio simple

Dentro del muestreo probabilístico existen diversos métodos para obtener el tamaño de una muestra, a continuación estudiarás el muestreo aleatorio simple, el cual consiste en los siguientes pasos.

**1. Definir la población de estudio y el parámetro a estudiar**

Como recordarás, la **población** es el grupo formado por el **conjunto total** de individuos, objetos o medidas que poseen algunas características comunes observables en un lugar y en un momento determinado. Por lo tanto, el paso 1 es determinar la que se va a estudiar.

Por ejemplo: un investigador realiza un estudio sobre las relaciones de género en el noviazgo, su objeto de estudio son las manifestaciones de violencia física y psicológica entre los estudiantes del último año de la carrera de ingeniería. Su población es el total de estudiantes del último año de ingeniería que tengan novio o novia; el total de individuos con esta característica es de 386 en este ejemplo. Por lo que, la población es de 386 individuos y las variables son: violencia física y violencia psicológica.

**2. Enumerar a todas las unidades de análisis que integran la población, asignándoles un número de identidad o identificación**

Una vez que se ha definido la población y las variables a estudiar, es necesario asignar un número de identificación a cada individuo de la población. Siguiendo con el ejemplo de las relaciones de género en el noviazgo en los estudiantes de ingeniería, lo que sigue es enumerar a los 386 estudiantes con un número del 1 al 386.

**3. Definir la población de estudio y el parámetro a estudiar**

Definir el tamaño de la población significa determinar el número de individuos que la constituyen; la variable N representa el tamaño de la población. Esto es, N=X.

Para calcular el tamaño de una muestra hay que tomar en cuenta tres factores:

a. El porcentaje de confianza con el cual se quiere generalizar los datos desde la muestra hacia la población total.
b. El porcentaje de error que se pretende aceptar al momento de hacer la generalización.
c. El nivel de variabilidad que se calcula para comprobar la hipótesis.

A continuación se describen los conceptos enlistados:

<table>
<tr><th>Porcentaje de confianza</th></tr>
<tr><td>Es el grado o nivel de seguridad que existe para generalizar los resultados obtenidos. Esto quiere decir que un porcentaje del 100% equivale a decir que no existe ninguna duda para generalizar tales resultados, pero también implica estudiar a la totalidad de los casos de la población (censo). Se denota como Z.<br><br>Para evitar un costo muy alto se busca un porcentaje de confianza menor, comúnmente es un 95%. El nivel de confianza es la probabilidad que establecemos (sin hacer ningún cálculo) para poder acertar al valor verdadero de la población.<br><br>Nota: Al estandarizar este valor, el 95% de confianza corresponde a una Z=1.96.</td></tr>
<tr><th>Porcentaje de error</th></tr>
<tr><td>Este error es una distancia alrededor del valor que se desea estimar y da un margen de aproximación. Al igual que en el caso de la confianza, si se quiere eliminar el riesgo del error y considerarlo como 0%, entonces la muestra es del mismo tamaño que la población (censo), por lo que conviene realizar un muestreo que implica menos tiempo y menor costo, aunque se corre un cierto riesgo de equivocarse. Comúnmente se aceptan entre el 4% y el 6% como error, tomando en cuenta que no son</td></tr>
</table>

| |
|---|
| complementarios la confianza y el error, es decir, que en un muestreo podemos tener 95% de confianza con 6% de error. |
| Variabilidad |
| Es la probabilidad (o porcentaje) con el que se aceptó y se rechazó la hipótesis que se quiere comprobar. El porcentaje con que se aceptó tal hipótesis se denomina variabilidad positiva y se indica con $p$ (también llamada probabilidad de éxito), y el porcentaje con el que se rechazó la hipótesis es la variabilidad negativa, identificada con $q$, también llamada probabilidad de fracaso, y se obtiene como $q = 1 - p$.<br><br>Variabilidad positiva $p$ es la probabilidad de que suceda el evento.<br>Variabilidad negativa $q$ es la probabilidad de que no suceda el evento.<br>Para este curso se considerará siempre $p = 0.5$, y por lo tanto $q = 1 - 0.5 = 0.5$ |

### 4. Determinar el tamaño óptimo de muestra para el estudio

Una vez que la población, el porcentaje de confianza, el porcentaje de error y el nivel de variabilidad han sido determinados, se debe calcular el tamaño de la muestra. En este paso se utilizan las siguientes fórmulas, en donde la primera implica que no se conoce el tamaño de la población y la segunda se utiliza cuando sí se conoce el tamaño de la población.

**Desconocimiento del tamaño de la población**
**Fórmula**

| | |
|---|---|
| $n = \dfrac{Z^2 pq}{E^2}$ | $n$ es el tamaño de la muestra |
| | $Z$ es el nivel de confianza |
| | $p$ es la variabilidad positiva |
| | $q$ es la variabilidad negativa |
| | $E$ es la precisión o error |

## Ejemplo 2

En un lote grande de medicinas se desea verificar que la proporción de los ingredientes activos sea el adecuado. Se debe determinar el tamaño de la muestra para un nivel de confianza del 95% con un error del 5%. Si la variabilidad es de $p = q = 0.5$

Solución: Para que el nivel de confianza sea igual al 95% se tiene que $P(Z) = 0.95$ si $Z = 1.96$.
Debido a que la variabilidad y el error se pueden expresar por medio de porcentajes, en el caso necesario, hay que convertir esos valores a proporciones.

Sustitución: Al sustituir los valores en la fórmula se obtienen los siguientes resultados.

$$n = \frac{Z^2 pq}{E^2} \qquad \rightarrow \qquad n = \frac{(1.96)^2(0.5)(0.5)}{(0.05)^2} = \frac{0.9604}{0.0025} = 384.16$$

Es decir, se ocupará una muestra de aproximadamente 384 unidades.

**Conocimiento del tamaño de la población**
**Fórmula**

<table>
<tr><td rowspan="6">$n = \frac{Z^2 pq N}{NE^2 + Z^2 pq}$</td><td>$n$ es el tamaño de la muestra</td></tr>
<tr><td>$Z$ es el nivel de confianza</td></tr>
<tr><td>$p$ es la variabilidad positiva</td></tr>
<tr><td>$q$ es la variabilidad negativa</td></tr>
<tr><td>$N$ es el tamaño de la población</td></tr>
<tr><td>$E$ es la precisión o error</td></tr>
</table>

**Ejemplo 3**

En un lote de 25,000 cajas de medicina se desea verificar que la proporción de los ingredientes activos sea el adecuado. Se debe determinar el tamaño de la muestra para un nivel de confianza del 95% con un error del 5%. Si la variabilidad es $p = q = 0.5$

Solución: Para que el nivel de confianza sea igual al 95% se tiene que $p(Z) = 0.95$ si $Z = 1.96$

Sustitución: Al sustituir los valores en la fórmula se obtienen los siguientes resultados.

$$n = \frac{Z^2 p q N}{NE^2 + Z^2 p q} \qquad n = \frac{(1.96)^2 (0.5)(0.5)(25000)}{(25000 \times 0.05^2) + (1.96^2 \times 0.5 \times 0.5)} = \frac{24010}{62.5 + 0.9604} = 378.34$$

En otras palabras, se ocupará una muestra de aproximadamente 378 cajas.

### 5. Seleccionar la muestra usando números aleatorios

El último paso para obtener la muestra es saber qué individuos específicos de la población se tomarán. Para hacer esto se debe:

1. Numerar a los individuos de la población del 1 al $N$ (donde $N$ es el tamaño de la población).

2. Generar números aleatorios mediante herramientas informáticas (por ejemplo, hojas de cálculo con la función “=aleatorio ()”), funciones en calculadora o bien utilizando tablas de números aleatorios. También puedes generar números aleatorios de formas mecánicas, por

ejemplo, sacando números de una urna o lanzando una moneda al aire.

3. Tomar los individuos correspondientes a los números elegidos.

Revisa el siguiente recurso para conocer tres formas de obtener números aleatorios.

Ingresa a la sección *Material de apoyo* de la asignatura, para descargar el documento *Obtención de números aleatorios.*

Ahora que has revisado la forma de crear una tabla de frecuencias, realiza la actividad 1, en la sección actividades.

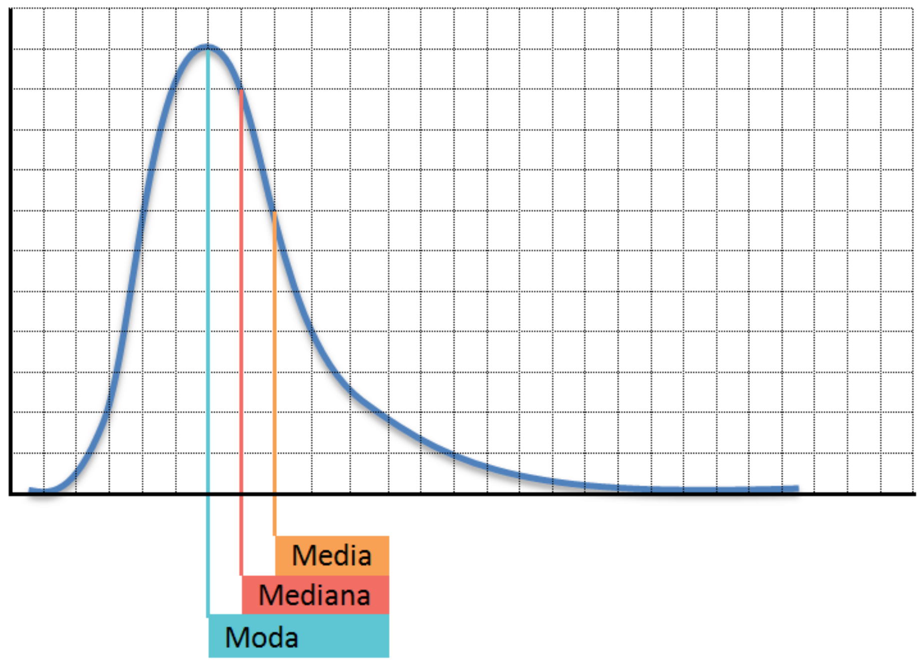
# Sesión 2. Medidas de tendencia central y dispersión

**Logro de aprendizaje**

**Calcula** las medidas de tendencia central y dispersión de la muestra estadística cuantificando las propiedades básicas de media, mediana, moda, varianza y desviación estándar empleando las fórmulas estadísticas debidamente justificadas e interpretadas.

## Introducción

Las medidas de tendencia central son los valores que representan un conjunto de datos de forma tal que ayudan a saber *dónde* están acumulados los datos, pero sin indicar cómo se distribuyen. Se llaman así porque tienden a ubicarse en la parte central del conjunto de datos. Las medidas de tendencia central más comunes son: la media aritmética, comúnmente conocida como **media o promedio**, la **mediana** y la **moda**.



# Datos no agrupados (media, mediana y moda)

Con la finalidad de que las medidas de tendencia central tengan mayor validez estadística se utilizarán fórmulas diferentes para datos agrupados y datos no agrupados, en donde también se deben distinguir si se trabaja con una muestra o con una población.

## Media

### Concepto y fórmula

La media aritmética o, simplemente, media, se denota por $\bar{x}$ o por la letra μ según se calcule en una muestra o en la población, respectivamente. La media es el resultado de dividir la suma de todos los valores ($x_i$) entre el número total de datos, $N$ para el caso de toda la población y $n$ para el caso de una muestra.

La fórmula para calcular la media de una distribución de datos varía de acuerdo a la manera como se tienen organizados.

Fórmula para calcular la media en datos no agrupados: Los datos no agrupados son aquéllos que se organizan en una tabla de datos, es decir, cada valor se representa de manera individual. Las fórmulas para calcular la media son:

| En una población | En una muestra |
|---|---|
| $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ | $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ |

En estas fórmulas la diferencia radica en que el total de la población se representa con la letra *N* y el total de la muestra con la letra *n*, en donde la media poblacional se denota con la letra griega “Mu” y la media muestral se presenta como “ equis barra”

**Ejemplo**

En una serie de días elegidos al azar, se registró el tiempo, en horas, de utilización de dos impresoras en una empresa y se obtuvieron los siguientes resultados:

Impresora I: 3.2, 2.1, 2.7, 3.4, 1.9, 4.2, 3.8, 2.6, 5.2, 4

Impresora II: 3.4, 3.3, 2.5, 4.6, 2.8, 3.6, 4.3

Se requiere lo siguiente: hallar el tiempo medio de utilización de cada impresora.

| | Impresora I | Impresora II |
|---|---|---|
| 1 | 1,9 | 2,5 |
| 2 | 2,1 | 2,8 |
| 3 | 2,6 | 3,3 |
| 4 | 2,7 | 3,4 |
| 5 | 3,2 | 3,6 |
| 6 | 3,4 | 4,3 |
| 7 | 3,8 | 4,6 |
| 8 | 4 | |
| 9 | 4,2 | |
| 10 | 5,2 | |

Datos ordenados

Respuestas
Para obtener la media de la impresora 1 se suma cada uno de los valores: 1,9+2,1+2,6+2,7, +3,2+3,4+3,8+4,0+4,2+5,2 a continuación el resultado de la sumatoria que es 33.1, se divide entre el número de observaciones de la muestra que es 10 y se obtiene el resultado que es 3,31. Análogamente se realiza el mismo procedimiento para la impresora 2 y se obtiene el resultado de 3,5

Media impresora I 3,31
Media impresora II 3,5

## Mediana

### Concepto

La mediana (Me) es el valor que divide a la mitad la serie de datos que se tienen. Es decir, la mediana queda en medio de todos los datos cuando los acomodas ya sea en orden creciente o decreciente, entonces, el número de datos que queda a la izquierda de la mediana es igual al número de datos que queda a la derecha.

Si $n$ es impar hay un dato que queda en medio de todos, éste será igual a la mediana. Si $n$ es par hay dos datos que quedan en medio de todos, en este caso la mediana es el promedio de esos dos datos, es decir, su suma dividida entre dos.

### Ejemplos

<u>Para cuando la cantidad de valores de la distribución es impar</u>
Supón que se tienen los siguientes valores: 2, 4, 0, 8, 6, 4, 7, 1, 1, 0, 8, 6, 9

| | |
|---|---|
| 1. Se ordenan los valores de menor a mayor. | 0, 0, 1, 1, 2, 4, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 9 |
| 2. Se busca el valor del centro. | El dato que divide a la mitad es: 4, por lo tanto la mediana Me: 4 |

<u>Para cuando la cantidad de valores es par</u>
Supón que se tienen los siguientes valores: 5, 7, 2, 3, 1, 6, 9, 8, 6, 4, 7, 1, 3, 2

| | |
|---|---|
| 1. Se ordenan los valores de menor a mayor. | 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9 |
| 2. SE buscan los valores del centro. | 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9 |

| | |
|---|---|
| 3. Se promedian los valores del centro. | $\frac{4+5}{2}=\frac{9}{2}=4.5$, por lo tanto Me: 4.5 |

### Moda

Para el caso de la moda (Mo), en los datos no agrupados, la moda corresponde al valor que más se repite, si se tienen los siguientes datos:
1,1,2,2,3,3,4,4,4,4,5,5,6,6,7,8,9,9,9 la Moda es: 4.

## Datos agrupados (media, mediana y moda)

### Media

**Fórmulas**

Fórmula para calcular la media en datos agrupados por frecuencias simples

Los datos agrupados en frecuencias son aquellos que se organizan en una tabla de frecuencias, es decir, las tablas que contienen, en una columna, el valor de la variable ($x_i$) y, en otra columna, la frecuencia ($f_i$) o el número de veces que se repite cada valor en una serie de datos. Para calcular la media con datos agrupados se procede a realizar la sumatoria de el valor de la variable ($x_i$) por el valor de su frecuencia ($f_i$) y el resultado se divide, para el caso de la población, entre *N*, y para el caso de la muestra, entre *n*.

Las fórmulas para calcular la media con los datos organizados de esta manera son:

| En una población | En una muestra |
|---|---|
| $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i f_i}{N}$ | $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{n}$ |

Fórmula para calcular la media en datos agrupados por intervalos

Los datos agrupados en intervalos son aquellos que se organizan dentro de un rango establecido entre un límite inferior y un límite superior. Recuerda que las tablas de intervalos muestran el número de datos que abarca cada intervalo (frecuencia por intervalo).

Las fórmulas para calcular la media con los datos organizados de esta manera son:

| En una población | En una muestra |
|---|---|
| $\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} Mc_i f_i}{N}$ | $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Mc_i f_i}{n}$ |

En donde debes realizar la sumatoria de cada marca de clase ($Mc_i$) por su frecuencia ($f_i$) y el resultado se divide entre el total de elementos poblacionales ($N$) -si se trata de población- o bien, entre los elementos de la muestra ($n$).

**Ejemplo**

En el siguiente cuadro estadístico se presentan, mediante una distribución de frecuencias, los kilómetros recorridos por alumnos en la universidad. Determinar la media.

| # CLASE | CLASES | | fi | fa | Marca de clase MC | MC* fi |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Li | Ls | | | | |
| 1 | 0.1 | 18 | 15 | 15 | 9.05 | 135.75 |
| 2 | 18.1 | 36 | 14 | 29 | 27.05 | 378.7 |
| 3 | 36.1 | 54 | 28 | 57 | 45.05 | 1261.4 |
| 4 | 54.1 | 72 | 26 | 83 | 63.05 | 1639.3 |
| 5 | 72.1 | 90 | 17 | 100 | 81.05 | 1377.85 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 100 | | 4793.00 |
| | | **MEDIA** | **47.93** |

## Mediana

**Fórmula**

Cuando se quiere calcular la mediana en datos agrupados por intervalos se tiene que buscar el intervalo donde la frecuencia acumulada llega hasta la mitad de la suma de las frecuencias absolutas, es decir, es necesario localizar el intervalo donde se encuentre $\frac{N}{2}$, para lo cual se utiliza la siguiente fórmula:

$$Me = Li + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$$

| | |
|---|---|
| $L_i$ = Límite inferior del renglón en donde debe estar la mediana | |
| $F_{i-1}$ = Frecuencia acumulada anterior al renglón de la mediana | |
| $f_i$ = Frecuencia del renglón de la mediana | |
| $a_i$ = Tamaño del intervalo | |

### Ejemplo

Pasos para buscar la mediana.

Recuerda que la mediana representa el valor que divide a los datos en la mitad exacta, es decir, a la derecha del valor de la mediana se encuentran el 50% de los datos y a la izquierda de dicho valor el otro 50%, por lo que para una distribución con datos agrupados se deben seguir los siguientes pasos:

| | |
|---|---|
| 1 | Ubicar la clase de la mediana, para ello se debe buscar en qué clase se encuentra $\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$ |
| 2 | Ubicar en la frecuencia acumulada el dato 20 |
| 3 | Ubicar el límite inferior de la clase de la mediana que es igual a 6.63 |

4. Ubicar la frecuencia de la clase de la mediana que es igual a 12
5. Ubicar la frecuencia acumulada anterior a la clase de la mediana es igual a 14.
6. Ubicar la amplitud de la clase que es 21,

El siguiente esquema representa algunos de los pasos descritos:

| | Li | Ls | Fi | Fa | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5.97 | 6.18 | 2 | 2 | |
| | 6.19 | 6.4 | 5 | 7 | |
| | 6.41 | 6.62 | 7 | 14 | 5 |
| 3 | 6.63 | 6.84 | 12 | 26 | 2 |
| | 6.85 | 7.06 | 8 | 34 | 4 |
| | 7.07 | 7.28 | 6 | 40 | |

Sustituyendo en la fórmula de la mediana se tiene que el valor de la mediana es 6.73

### Moda

**Fórmula**

La moda es el valor del dato que más veces se repite, esto es, el valor cuya frecuencia absoluta es mayor, y se denota como **Mo.** Algunas veces el valor que más se repite puede no ser único, es decir, puede haber dos o más datos que aparezcan con la misma frecuencia absoluta, siendo ésta la mayor. En esas ocasiones se habla de poblaciones o muestras bimodales cuando existen dos modas o multimodales si existen más de dos.

Por ejemplo, si se toma una muestra de hombres y mujeres y se miden sus estaturas, se tienen dos modas.

Cuando la distribución de datos es por intervalos de clase, primero se localiza el intervalo que tiene mayor frecuencia absoluta y se utiliza la siguiente fórmula para calcular la moda:

| | |
|---|---|
| $$Mo = Li + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a_i$$ | $L_i$ = Límite inferior del renglón en donde debe estar la moda |
| | $f_i$ = Frecuencia del renglón de la moda |
| | $f_{i+1}$ = Frecuencia ulterior al renglón de la moda |
| | $f_{i-1}$ = Frecuencia anterior al renglón de la moda |
| | $a_i$ = Tamaño del intervalo |

### Ejemplo

Como se mencionó con anterioridad, la moda corresponde al valor o valores, si es multimodal, que más se repiten en una distribución; para el caso de datos agrupados se deben seguir los siguientes pasos para obtener el valor de la moda.

Pasos para buscar la moda

| | |
|---|---|
| 1 | Ubicar la clase de la moda y ésta es la clase donde se tienen más datos, es decir, hay 12 datos entre 6.63 y 6.84, como puedes observar en la cuarta fila |
| 2 | Ubicar el límite inferior de la clase de la moda, el cual es 6.63 |
| 3 | Calcular $(f_i - f_{i-1}) = 12 - 7 = 5$ |
| 4 | Calcular $(f_i - f_{i+1}) = 12 - 8 = 4$ |
| 5 | Ubicar la amplitud de la clase 21 |

El siguiente esquema representa algunos de los pasos descritos:

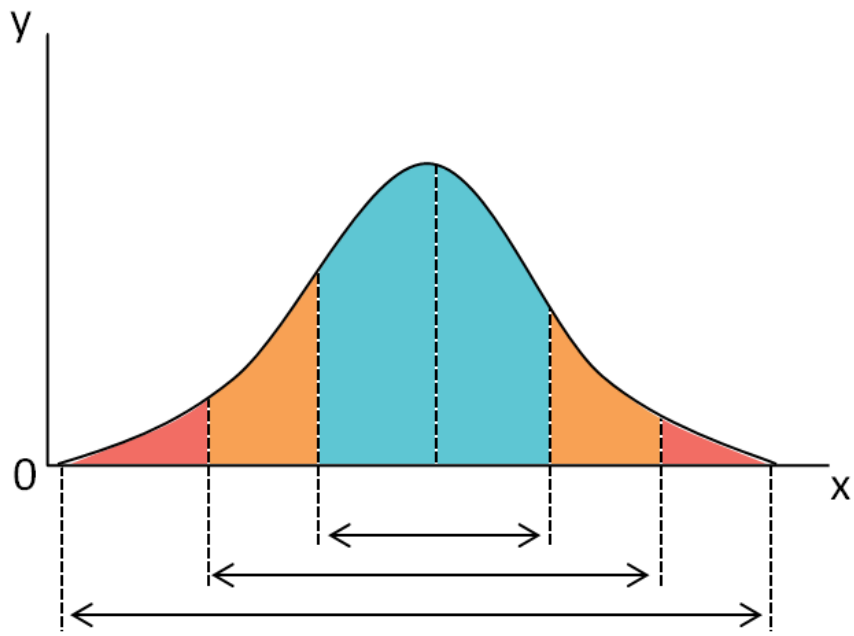
| | Li | Ls | Fi | Fa | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5.97 | 6.18 | 2 | 2 | |
| | 6.19 | 6.4 | 5 | 7 | |
| | 6.41 | 6.62 | 7 | 14 | |
| 2 | 6.63 | 6.84 | 12 | 26 | 1 |
| | 6.85 | 7.06 | 8 | 34 | |
| | 7.07 | 7.28 | 6 | 40 | |

Sustituyendo en la fórmula de la moda se tiene 6.74

## Medidas de dispersión

A diferencia de las medidas de tendencia central que miden acumulaciones mediante un solo punto, las medidas de dispersión miden el grado de separación o alejamiento que tiene una variable estadística en torno a una medida de posición o tendencia central. Dicho grado de separación indica lo representativa que es la medida de posición con respecto al conjunto total de datos. A mayor dispersión menor representatividad de la medida de posición y viceversa.

Las medidas de dispersión más comunes son: el recorrido, la varianza y la desviación estándar.




## Datos no agrupados (varianza y desviación estándar)

Al igual que las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión se pueden obtener a partir de datos agrupados o no agrupados y de manera análoga para datos poblacionales o bien muestrales como a continuación se mostrará.

### Varianza

La varianza mide la mayor o menor dispersión de los valores de la variable respecto a la media aritmética. Siempre es mayor o igual que cero y menor que infinito. Se define como la media de los cuadrados de las diferencias del valor de los datos menos la media aritmética de éstos.

Las fórmulas de la varianza para datos no agrupados son:

| En una población | En una muestra |
|---|---|
| $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2}{N}$ | $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ |

Para obtener la varianza se realiza la sumatoria de cada valor menos la media y se eleva al cuadrado y el resultado se divide ya sea entre el valor poblacional (*N*), o bien el muestral menos 1, que corresponde a: *n-1*.

### Desviación típica o estándar

La desviación típica muestra qué tan alejado está un dato del valor de la media aritmética, es decir, la diferencia que hay entre un dato y la media aritmética. Se denota como *S* o $\sigma$, según se calcule en una muestra o en toda la población, respectivamente. Se define como la raíz cuadrada positiva de la varianza.

Las fórmulas de la desviación típica o estándar para datos no agrupados son:

| En una población | En una muestra |
|---|---|
| $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}}$ | $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ |

Es decir que al valor de la varianza, ya sea poblacional o muestral, se le aplica la raíz cuadrada y se obtiene la desviación típica o estándar.

# Datos agrupados (varianza y desviación estándar)

## Varianza para datos agrupados por intervalos

Las fórmulas para calcular la varianza en datos agrupados por intervalos son las siguientes:

| En una población | En una muestra |
| --- | --- |
| $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i(Mc_i - \mu)^2}{N}$ | $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(Mc_i - \bar{x})^2}{n}$ |

En este caso se realiza la sumatoria de cada marca de clase menos la media (ya sea poblacional o muestral, según sea el caso) y se eleva al cuadrado, al final se divide entre la población o bien la muestra, según se trate.

## Desviación típica o estándar en datos agrupados por intervalos

Las fórmulas para calcular la desviación típica o estándar en datos agrupados por intervalos son las siguientes:

| En una población | En una muestra |
| --- | --- |
| $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} f_i(Mc_i - \mu)^2}{N}}$ | $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(Mc_i - \overline{x})^2}{n-1}}$ |

De manera análoga al resultado de la varianza se le aplica la raíz cuadrada y se obtiene la desviación estándar, ya sea para una población o bien una muestra.

## Ejemplo

Los siguientes datos se refieren al diámetro en pulgadas de un engrane.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 6.25 | 6.5 | 6.65 | 6.75 | 6.75 | 7 | 7.1 |
| 6 | 6.25 | 6.5 | 6.7 | 6.75 | 7 | 7 | 7.15 |
| 6.25 | 6.5 | 6.5 | 6.7 | 6.75 | 7 | 7 | 7.15 |
| 6.25 | 6.5 | 6.5 | 6.75 | 6.75 | 7 | 7 | 7.25 |
| 6.25 | 6.5 | 6.65 | 6.75 | 6.75 | 7 | 7.1 | 7.25 |

Obtenga la media, la varianza y la desviación estándar.

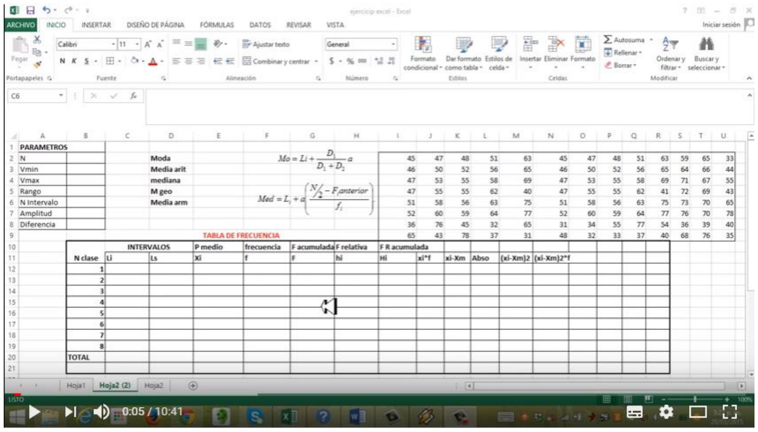
| LI | LS | FI | MC | FA | FR | FRA | F. Porcentual | (360*FI)/N | FI*MC | (MC-MEDIA)^2*FI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5.97 | 6.18 | 2 | 6.08 | 2 | 0.05 | 0.05 | 5 | 18 | 12.15 | 0.83 |
| 6.19 | 6.4 | 5 | 6.30 | 7 | 0.13 | 0.18 | 12.5 | 45 | 31.475 | 0.90 |
| 6.41 | 6.62 | 7 | 6.52 | 14 | 0.18 | 0.35 | 17.5 | 63 | 45.605 | 0.29 |
| 6.63 | 6.84 | 12 | 6.74 | 26 | 0.30 | 0.65 | 30 | 108 | 80.82 | 0.00 |
| 6.85 | 7.06 | 8 | 6.96 | 34 | 0.20 | 0.85 | 20 | 72 | 55.64 | 0.45 |
| 7.07 | 7.28 | 6 | 7.18 | 40 | 0.15 | 1.00 | 15 | 54 | 43.05 | 1.25 |
| | N | 40 | | | | | 100 | 360 | 268.74 | 3.72 |

Media = 6.72
Varianza = 0.093
Desviación estándar = 0.305

## Recursos de apoyo

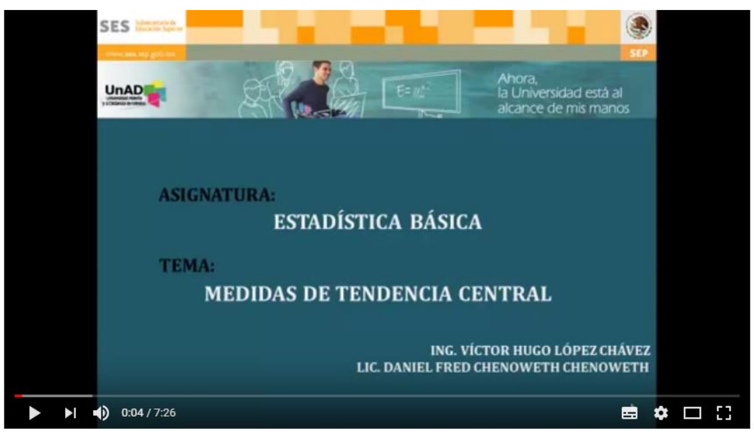
En la siguiente página podrás revisar diversos ejemplos sobre medidas de tendencia central para datos agrupados y no agrupados.

### Datos agrupados




https://www.youtube.com/watch?v=CJRtMPF7gdQ

### Datos no agrupados




Medidas de Tendencia Central para Datos No Agrupados

https://www.youtube.com/watch?v=OHkcBcbKfuY

**Ahora es momento de realizar la actividad correspondiente al logro de aprendizaje.**

# Sesión 3. Reporte estudio Estadístico

**Logro de aprendizaje**

**Reporta** el estudio estadístico de la muestra para sintetizar el comportamiento de los datos y su representación gráfica mediante las medidas de tendencia y dispersión, el tamaño de la muestra y el rango de valores.

## Reporte final de estudio

Ahora que has terminado de revisar todo el contenido de la unidad 3. En esta sesión el docente te guiará paso a paso, para entregar tu reporte final de tu estudio estadístico.

Recuerda que, si utilizaste un software como PSPP o Excel, deberás incluir tus archivos.

**Ahora ve a la sección de actividades para realizar la actividad correspondiente al logro de aprendizaje.**

## Cierre de la unidad

Indicador
Fuente: Master isolated images, 2011. freedigitalphotos.net

Al terminar esta unidad has podido tener una visión general de la importancia que tienen las medidas de tendencia central y de dispersión para comprender el comportamiento de los datos y poder ubicar qué tan cercano o alejado se encuentra un valor cualquiera de las medidas de tendencia central, así como la variabilidad y dispersión de los datos en conjunto de una distribución, de manera que puedas interpretar mejor tu estudio estadístico

# Fuentes de consulta

Bibliografía básica

- Ibarra, O. M. (2006). Estadística para la Administración Turística. México: Trillas.

- Levin, R. y Rubin, D. (2010). Estadística para administración y economía. México: Pearson.

- Montgomery, D. C. y Runger, G. C. (1996). Probabilidad y Estadística aplicadas a la ingeniería. (Cuarta edición). México: McGraw-Hill.

- Shao, S. P. (2007). Estadística para Economistas y Administradores de Empresas. México: Herrero Hermanos.

- Walpole, R. E., Myers, R. H. et al. (2007). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y ciencias. (Octava edición). México: Pearson Educación.

Fuentes electrónicas

- Asesor Juan Manuel. Tutorial Excel-Función Aleatorio- Random. Recuperado de: http://www.youtube.com/watch?v=kr56Sc4YygY

- Rasilga, R. Medidas de dispersión.swf. Recuperado de:
- https://www.youtube.com/watch?v=GGO_4wHqric

- Ruiz, M. Mediana para datos agrupados. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=02Q7OBiSQgo

- Ruiz, M. Moda para Datos Agrupados. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=Y1Ja2C8VtAE

- Vitutor (2012). Estadística y probabilidad. Recuperado de: http://www.vitutor.com/estadistica.html